

L3 PHYSIQUE ENS Paris Saclay

Travaux pratiques d'électronique

2024-2025

Sommaire

- TP1 : Initiation à Igor.
- TP2 : Oscilloscope numérique
- TP3 : Analyse FFT
- TP4 : De l'amplificateur à l'oscillateur
- TP5 : Bruit
- TP6 : Photorécepteur : aspects statiques et dynamiques + compléments
- TP7 : Modulation de fréquence
- TP8 : Translation de fréquence
- TP9 : Asservissement
- TP10 : Exemples d'applications d'utilisation d'une carte Arduino

Modalités d'examen

Prise en main du logiciel Igor

Lors des séances de travaux pratiques de physique expérimentale et d'électronique, vous allez obtenir des données expérimentales qu'il faudra analyser, traiter, présenter... Igor est un logiciel scientifique qui vous permettra de réaliser ces opérations.

Ouvrez le logiciel Igor et créez un fichier que vous enregistrerez dans un répertoire à votre nom sur la partition de donnée (D: ou E: suivant les machines)

Par la suite, tous vos résultats expérimentaux et comptes-rendus devront être sauvegardés dans ce répertoire sachant qu'il est préférable de récupérer ça sur une clé USB ou un cloud car tout ce que vous sauvegarderez ailleurs pourra être détruit sans préavis.

Le fichier créé a pour extension **.pxp**.

Vous allez maintenant travailler sur cinq expériences différentes afin de découvrir progressivement les principales fonctions du logiciel.

I - Première expérience : Etalonnage d'un solénoïde.

On injecte un courant sinusoïdal de fréquence $f=50\text{Hz}$ et de valeur efficace I dans un solénoïde et avec une bobine de flux de nombre de spires n et de section S connue, on relève la valeur efficace U de la tension induite dans l'axe du solénoïde, au centre de ce dernier. On donne $n.S=0,01\text{m}^2$. On obtient le tableau suivant :

I (A)	0	0.52	1.01	1.52	1.97	2.49	3.05	3.51	3.98
U (V)	0	0.024	0.047	0.071	0.098	0.115	0.142	0.162	0.191

- A partir de ces données, on va commencer par créer des « waves ». L'une des façons de procéder consiste à rentrer directement les données dans la table qui s'affiche lorsque l'on lance le logiciel Igor. Dès que vous commencez à rentrer les données, vous pouvez vérifier que le logiciel les nomme automatiquement *wave0*, *wave1*. Ceci étant fait, on va renommer ces « waves ». En cliquant sur *wave0* avec le bouton droit de la souris, déplacez le curseur sur « *rename wave0* » et validez avec le bouton gauche. A côté de « *Rename as* », tapez *Isol*. Même chose pour *wave1* que vous renommerez *Ubob*.

Il nous reste à calculer le champ d'excitation H au centre du solénoïde, sachant que

$$H=U/(n.S.2.\pi.f.4.\pi.10^{-7})$$

- On commence par créer une nouvelle wave qui représentera le champ H . Allez dans **Data/make waves** et dans l'une des cases située sous « *Names* », tapez *Hsol*. Pour « *dimensions* », choisissez 1 et pour « *rows* » (colonnes), tapez 9 puisque vous avez 9 points à calculer. Cette wave a été créée mais n'est pas visible sur la table sur laquelle vous avez commencé de travailler. Pour que ce soit le cas, avec la barre de menu, allez dans **Table/Append Columns to Table** et choisissez *Hsol* tout en validant « *Edit data columns only* ».

- Il ne reste plus qu'à calculer H à partir de U pour remplir la wave qui vient d'être créée. Pour ça, on va utiliser la barre de commande. Dans la ligne de commande, tapez

$$\mathbf{Hsol=Ubob/(0.01*2*\pi*50*4*\pi*1e-7)}$$

La colonne *Hsol* contient désormais les valeurs de H .

- On peut désormais tracer H en fonction de I . Pour cela, allez dans **Windows/new graph** à partir de la barre de menu. Pour *Y wave(s)*, choisissez *Hsol* et pour *X Wave*, choisissez *Isol*.

En cliquant deux fois sur l'axe des abscisses, vous avez accès à tous les menus relatifs à cet axe (échelle, quadrillage, légende, etc...). Même chose pour l'axe des ordonnées.

A se stade, tous les binômes se regroupent sur un poste pour voir ce qu'il est possible de faire pour obtenir une courbe présentable.

- Pour connaître la relation entre H et I , on peut faire un ajustement sur les points expérimentaux en prenant un modèle linéaire. Pour cela, de la barre de menu allez dans **Analysis/Curve Fitting**. Dans « *Function* », choisissez « *line* ». Pour « *Y data* », prendre *Hsol* et pour « *X data* », prendre *Isol*. Dans « *Coefficients* », on va forcer le paramètre « *a* » à 0 en cochant « *Hold* » et en tapant 0 dans « *Initial Guess* ». Revenir dans « *Function and Data* » et cliquez sur « *Do It* ». L'ajustement s'affiche sur la courbe et les paramètres « *a* » et « *b* » calculés par l'ajustement sont donnés avec barre de commande qui contient l'historique de toutes les actions qui ont été réalisées.

- On peut reprendre la même démarche en intégrant des erreurs de mesures sur U et I.

ΔI (A)	0	0.01	0.02	0.02	0.02	0.04	0.04	0.04	0.04
ΔU (V)	0	0.001	0.001	0.002	0.002	0.004	0.004	0.004	0.004

Les barres d'erreurs pourront alors figurer autour de points de la courbe et ils pourront être pris en compte dans l'ajustement qui va suivre.

Fabriquer une *wave erreurI* et une *wave erreurU* à partir du tableau précédent. Ceci étant fait, fabriquer une *wave erreurH* et calculez ses valeurs avec une ligne de commande adaptée. Sur la figure donnant H_{sol} en fonction de I_{bob} , cliquez deux fois sur l'un des points de la courbe et cochez la case *Error bars*. Dans la fenêtre qui s'ouvre, pour *Y Error Bars*, choisissez $\pm wave$ et sélectionnez *erreurH* comme wave. Même chose pour *X Error Bars* avec *erreurI*. Les points de la courbe apparaissent désormais avec leurs barres d'erreurs. Notez que les erreurs peuvent être définies autrement, par exemple par un pourcentage.

Ces barres d'erreurs peuvent être prises en compte par la suite dans l'ajustement. Pour ça, allez dans « Macro Spéciales »/ « Ajustement MonteCarlo ». L'interface suivante s'ouvre.



Il faut saisir le nom des waves pour l'axeY, l'axe X ainsi que les waves d'incertitudes associées à ces deux axes.

La paramètre k doit être pris égal à deux si les incertitudes sont données à 95% (valeur par défaut).

Le programme va alors calculer un nombre Nb d'ajustements. Pour chaque ajustement, les données sont recalculées en supposant que les valeurs se distribuent de façon gaussienne dans l'intervalle de confiance. Pour chaque ajustement, on récupère l'ordonnée à l'origine et la pente et ces données sont mises dans un wave. Faites tourner le programme avec Nb=100, puis 1000 puis si vous avez le courage 10000 (un peu long, il faut attendre...). On choisira un ajustement qui passe par l'origine. Pour chaque calcul, on conservera la wave des pentes (« WavePente ») que l'on dupliquera sous un nom « WavePente100 », « WavePente1000 » et « WavePente10000 » afin d'utiliser ces waves dans la partie suivante.

II - Deuxième expérience : Traitement statistique de données.

II-1- Gestion de petits échantillons de mesures.

Toute mesure est entachée d'erreurs. Pour pouvoir analyser correctement un résultat expérimental, il est préférable, quand c'est possible, de faire plusieurs fois la même mesure et de faire une étude statistique des résultats obtenus afin de pouvoir estimer une valeur moyenne du résultat et un intervalle dans lequel ce résultat a une probabilité donnée de se trouver. Si l'intervalle obtenu est assez étroit, vous pourrez dire que la mesure est précise... mais pas qu'elle est juste puisque cette approche ne prend pas en compte les erreurs systématiques. Une mesure peut donc être précise (on trouve toujours à peu près la même valeur), mais fautive (ce n'est pas la bonne).

Pour mettre en avant cette approche, nous allons partir de l'expérience suivante. On cherche à déterminer la masse d'un objet avec une balance. On répète cette expérience 10 fois et on obtient le tableau de valeurs suivant :

Masse (g)	512	512	513	510	510	509	511	511	508	510
-----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Créez une nouvelle table. Pour cela, de la barre de menu, allez dans « **Windows/New Table** ». Sans rien sélectionner, cliquez sur « *Do It* ». Dans cette table, rentrez les données précédentes afin de créer une « wave » que vous nommerez *Masse*.

- Pour connaître les caractéristiques statistiques de votre échantillon, de la barre de menu, allez dans « **Analysis/Wave Stats** » et choisir *Masse*. Plusieurs caractéristiques statistiques de la « wave » sont alors

affichées dans la fenêtre de commande. Vous trouvez notamment la moyenne des échantillons (V_{avg}) et l'écart type σ (V_{sdev}).

• C'est à partir de ces deux valeurs que vous allez pouvoir présenter un résultat d'expérience avec une signification physique, à savoir

$$M = \langle M \rangle \pm \Delta M$$

où $\langle M \rangle$ est la valeur moyenne des échantillons et ΔM une valeur calculée à partir de l'écart type. Pour que l'intervalle comprenne le résultat de l'expérience avec une probabilité de 95%, on définit ΔM comme

$$\Delta M = t(P, n-1) \cdot \sigma / \sqrt{n}$$

où $t(P, n-1)$ est le coefficient de Student qui dépend du nombre n d'échantillons et de la probabilité P pour que l'échantillon se trouve dans l'intervalle [$\langle M \rangle - \Delta M$; $\langle M \rangle + \Delta M$]. Pour obtenir le coefficient de Student pour nos 10 échantillons avec une probabilité de 95%, tapez la ligne de commande

print StudentT(0.95,9)

La distribution de Student, qui permet ce calcul est adaptée au traitement des résultats expérimentaux portant sur moins d'une dizaine d'échantillons.

Finalement, vérifier qu'on obtient, pour rester cohérent avec les mesures initiales

$$M = 510.6 \pm 1.1 \text{ g}$$

Remarque : Pour connaître la signification de l'ensemble des grandeurs affichées par « *Wave Stats* », allez dans **Help/Command Help/Wave stats**

• Vous pouvez également présenter l'histogramme des résultats de votre expérience. Pour cela, allez dans **Analysis/Histogram** et dans la fenêtre qui s'ouvre, choisir *Masse* comme « *Source Wave* » et *Auto* comme « *Destination Wave* ». Choisir 500 comme « *Bin Start* », 1 comme « *Bin Width* » et 20 comme « *Number of Bins* », ce qui est adapté à nos échantillons. L'histogramme ainsi créé aura le nom de la wave de départ suivi de *_Hist*.

Pour faire apparaître l'histogramme, allez dans **Windows/new graph** de la barre de menu et tracez la wave de l'histogramme calculé en fonction de *calculated*. Pour que le graphe apparaisse sous forme d'histogramme, cliquez deux fois sur la courbe et dans « *Mode* », choisissez « *Bars* ». Vous pouvez ensuite mettre ce graphe à votre goût une fois ce dernier créé.

II-2- Retour sur l'exercice I et le résultat de l'ajustement.

Lors de la partie 1, nous avons, avec un ajustement MonteCarlo obtenu des wave contenant les pentes d'un grand nombre d'ajustement. Faites un histogramme des waves « *WavePente100* », « *WavePente1000* » et « *Wave Pente10000* ». On cochera « *AutoSet bin range* », on prendra « *Number of Bins* » égal à 30 et on cochera « *Display Output Wave* »

De quelle forme d'histogramme s'agit-il ?

Quelle différence constate-t-on entre ces histogrammes ?

Dans quel cas l'incertitude sur la pente vous semble-t-elle la plus robuste ?

II-3- Statistiques sur des échantillons plus importants.

Dans cette partie du TP, nous allons aborder différents problèmes.

- Nous allons commencer par illustrer le théorème central limite qui indique que la distribution de la valeur moyenne de variables aléatoires quelconques est gaussienne et qui explique que les résultats d'une expérience répétée de nombreuses fois sur lesquels on fait une étude statistique se distribuent souvent de façon gaussienne.
- Nous allons ensuite illustrer que quand une distribution de valeurs est gaussienne d'écart-type σ , la distribution d'une moyenne de N valeurs sera d'écart-type σ/\sqrt{N} .
- Enfin, nous allons essayer d'illustrer l'origine du coefficient de Student dont nous venons de parler au paragraphe précédent. En effet, nous allons souvent répéter une expérience pour faire une étude statistique du résultat obtenu, mais nous ne répèterons l'expérience qu'une dizaine de fois faute de temps. Du coup, la moyenne et l'écart-type sur un échantillon d'une dizaine de valeurs ne nous permettra pas de définir proprement un intervalle associé à une probabilité. Nous aurons besoin du coefficient de student pour compenser notre mauvaise connaissance, faute d'un nombre de valeurs suffisantes, de la loi gaussienne sur laquelle la mesure que nous faisons repose.

II.3.1. Théorème Central-limite

Nous allons tenter de vérifier le théorème central limite qui s'énonce comme suit :

Quelle que soit la distribution d'une variable aléatoire x_i , du moment que son écart type est fini, la loi de distribution de la moyenne des x_i tend vers une gaussienne.

Pour vérifier ce théorème, on va créer une wave de 1000000 points que l'on nommera *Wavedepart* et qui sera composée de nombres aléatoires tirés entre -1 et 1. Pour ça, une fois *Wavedepart* créée avec la bonne dimension, tapez la ligne de commande suivante :

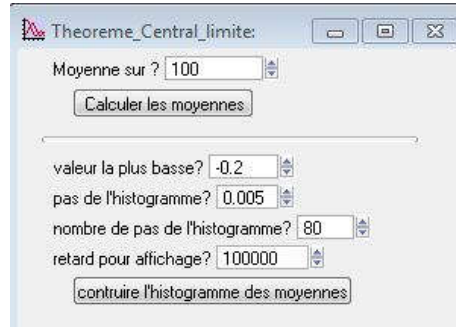
***Wavedepart* =noise(1)**

Visualisez la wave.

Calculer son histogramme et tracez-le. La distribution des échantillons est-elle bien uniforme ? (attention à l'échelle).

Créez une table avec *Wavedepart*.

Nous allons maintenant calculer la moyenne des points du bruit par tranches successives de 100 points et tracez l'historgramme des échantillons ainsi obtenus. Pour éviter un travail manuel répétitif, une macro a été écrite spécialement pour ce TP. Pour la lancer, dans la barre de menu « Macros spéciales », allez dans « Theo Central Limite »/ « macro ». La fenêtre suivante s'ouvre alors



On commence par calculer les moyennes en choisissant « moyenne sur ? » égal à 100. On clique sur « calculer les moyennes ». Une wave est alors automatiquement créée. Elle contient les résultats du calcul des moyennes. Elle s'appelle *Wavemoy*. Faire apparaître *Wavemoy* dans la table qui contient *Wavedepart*

On va alors essayer de construire l'historgramme des moyennes en allant progressivement : une moyenne, puis 2, jusqu'à n qui dépend de l'échantillon dont on est parti. Dans notre cas, c'est 10000 puisqu'on calcule des moyennes sur 100 échantillons à partir de 1000000 échantillons.

Faire « Analysis » puis « histogram ». Prendre une valeur basse de -0.2, un pas de 0.005 et un nombre de pas de 80. Faire manuellement l'historgramme (n'utilisez pas « construire l'historgramme des moyennes » ce qui prend beaucoup de temps). Ajustez l'historgramme obtenu par une gaussienne.

Pour voir l'effet des différents paramètres (nombre de points sur lesquels on calcule la moyenne, pas de calcul de l'historgramme, etc...), détruisez les waves que la macro a créées et relancez la macro pour un nouveau travail. Reprendre la même expérience pour un échantillon de départ de 10^5 ou 10^7 points sans faire l'affichage de la construction progressive de l'historgramme (afficher directement ce dernier). Que dire de l'allure de la distribution par rapport au cas précédent ?

II.3.2. Distribution de la moyenne de valeurs distribuées de façon gaussienne

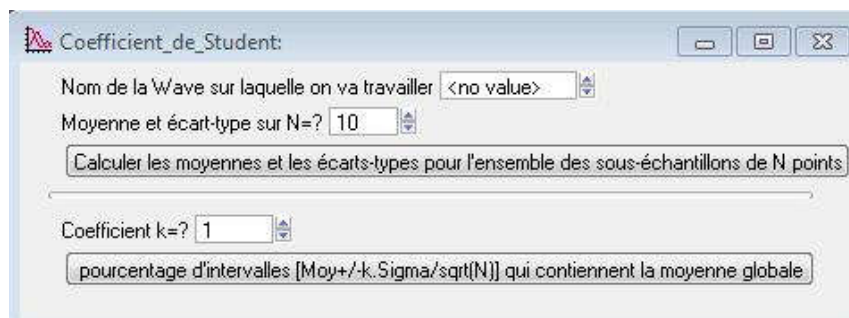
On commence par fabriquer une wave de 1000000 points nommée « DistribGauss »

On remplit cette wave avec des échantillons distribués de façon gaussienne avec un écart-type de 1. Pour ça, dans la bande de commande on tape :

DistribGauss=gnoise(1)

Calculer et tracer l'historgramme des valeurs de cette wave pour vérifier que la distribution est bien gaussienne avec les caractéristiques attendues. Utilisez également WaveStats pour déterminer l'écart-type.

On lance alors, dans « macros spéciales » la macro sur le coefficient de Student, même si ce n'est pas ce que nous allons étudier pour l'instant. La fenêtre suivante s'ouvre alors :



Comme nom de Wave, taper DistribGauss puis lancer « calculer les moyennes et les... » pour N=1000. On calcule alors la moyenne sur les N premiers points, puis les N suivants, etc... Toutes ces moyennes calculées

sont stockées dans la wave « WaveMoyenne_N ». On va alors chercher l'écart-type de la distribution des moyennes calculées. Pour ça, allez dans « analysis/WaveStats » et lancez sur la wave « WaveMoyenne_N ».

On recommence cette démarche pour N=500, 100, 50, 20, 15, 13, 10, 7 et 5 et à chaque fois, on note l'écart-type de la distribution des moyennes sur N obtenu.

Tracer alors l'évolution de cet écart-type en fonction d'une wave dont les valeurs correspondent à $1/\sqrt{N}$. Tracez $1/\sqrt{N}$ en fonction de $1/\sqrt{N}$ et comparez avec la courbe précédente. Conclusion ?

II.3.3. Illustration de l'origine du coefficient de Student.

- On continue de travailler avec la wave « DistribGauss » de 1000000 de valeurs et on travaille sur les moyennes et les écarts-types calculés sur les N premiers points, puis les N suivants, etc.... avec N=10, ce qui correspond au dernier cas traité dans la partie précédente. On récupère les deux waves WaveMoyenne_N et WaveEcarttype_N obtenues dans ces conditions. Calculer puis tracer l'histogramme des valeurs des deux waves précédentes. La distribution des écarts-types est-elle gaussienne ?

- Calculer la moyenne de l'ensemble des échantillons de « DistribGauss ». Calculer le coefficient de Student pour une probabilité de 63%, 95% et 99% pour un échantillon de 10 valeurs. Pour ça, tapez

print StudentT(0.95,9)

print StudentT(0.63,9)

print StudentT(0.99,9)

On utilise désormais le bas de la fenêtre de la macro Student. Tapez l'un des coefficients de Student précédemment calculés pour le coefficient k puis lancer « pourcentage d'intervalles... ». Pour chaque paquet de N valeurs, on a obtenu précédemment une moyenne Moy et un écart-type Sigma. On peut définir un intervalle de confiance $[Moy-k.Sigma/\sqrt{N}; Moy+k.Sigma/\sqrt{N}]$. On va calculer quel est le pourcentage d'intervalles ainsi définis qui contiennent la moyenne MoyVraie. Notez le pourcentage obtenu. Commentez.

Recommencez avec les autres valeurs de coefficient de Student.

NB : on peut aussi, à ce moment, reprendre au début avec des moyennes sur $N < 10$ et vérifier que ça marche toujours.

III – Troisième expérience : FFT sur une fonction fabriquée sous Igor.

Nous allons fabriquer une fonction qui est la somme de trois sinusoïdes et calculer sa transformée de Fourier afin de connaître son spectre d'amplitude. Cette fonction sera définie par

$$f(x)=1+4.\cos(2\pi.0.2.x)+10.\cos(2\pi.0.4.x)$$

III-1- Réalisation de la fonction.

La fonction est définie par une wave à laquelle est associée une échelle (X scaling). Elle comporte 1024 points, pour des abscisses comprises entre 0 et 100. Allez dans Data/Make Waves et nommez la wave *essai1* en lui donnant 1024 points. Puis allez dans **Data/Change Wave Scaling** en choisissant de travailler sur *essai1*, dans *Set Scale Mode*, prendre *start and end* et choisir 0 pour start et 100 pour end.

Dans la ligne de commande, tapez

$$\text{Essai1}=1+4*\cos(2*\pi*0.2*x)+10*\cos(2*\pi*0.4*x)$$

III-2- Calcul du spectre.

Allez dans « analysis » puis « Fourier transform » et calculez « magnitude ».

On choisit alors le nom du fichier dont on va calculer la TF. On peut activer la case Padding pour compléter le fichier avec des 0 afin de travailler avec un nombre de points qui est une puissance de 2, ce qui permet d'avoir un calcul plus rapide de la transformée de Fourier. Mais ici, ce n'est pas nécessaire car 1024 est une puissance de 2. Dans « Output type », un onglet permet de récupérer notamment le module de la TF (Magnitude) ou la phase.

Que peut-on dire de l'amplitude des pics et de la composante continue ? Que doit-on faire si on souhaite que le maximum de chaque pic indique la valeur pic pour la fréquence correspondante ? Même question pour la composante continue. Par ailleurs sur quelle plage calcule-t-on le spectre ?

Reprendre ce calcul avec la même fonction calculée entre 0 et 100 mais pour 2048, 4096, 8192, 16384 points et à chaque fois, notez l'amplitude de la composante continue et des deux pics ainsi que la largeur de la plage de calcul du spectre.

Tracez les amplitudes en fonction du nombre de points avec lequel on définit la fonction. Tracez également l'évolution de la plage de calcul en fonction de l'inverse de ce nombre. Conclusion ?

III-3- Effet du pas de calcul sur l'amplitude

On crée une nouvelle Wave de 1024 points nommée *essai2*. Allez dans **Data/Change Wave Scaling** en choisissant de travailler sur *essai2*, dans *Set Scale Mode*, prendre *start and end* et choisir 0 pour start et 100 pour end. Tapez

$$\text{Essai2} = 1 + 4 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 0.205 \cdot x) + 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 0.4 \cdot x)$$

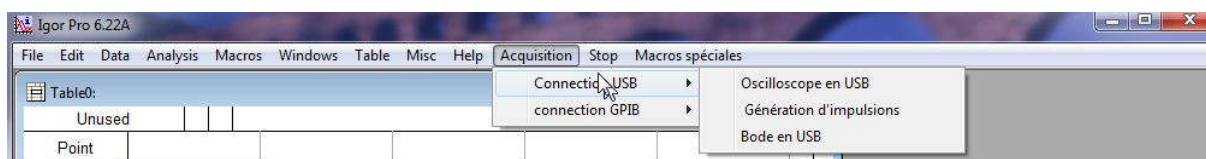
Observez l'amplitude du premier pic et comparez avec la valeur obtenue au paragraphe précédent (qui doit être la même...). Expliquez le problème. On peut reproduire l'expérience pour des fréquences de 0,201 à 0,210 par pas de 0.001. En superposant les FFT obtenues, on verra l'effet du calcul d'un point qui ne retombe pas exactement sur le maximum du pic.

IV – Récupération des données d'un oscilloscope sous IGOR avec la macro d'acquisition « maison ».

Mettre sous tension l'oscilloscope et le générateur de signaux. Relier le générateur à l'oscilloscope avec un câble BNC et faire générer au 33220A une sinusoïde de 1V efficace et de fréquence 1kHz.

IV.1. Interface d'accueil de la macro.

Le programme fonctionne avec trois types d'oscilloscopes : DSO5012A, DSO6012A, DSOX3014A (sur les deux premières voies seulement). La macro fonctionne sous la version 6 de Igor. Pour l'utiliser, il suffit d'ouvrir Igor et de choisir le menu « **Acquisition** » proposé à droite de la barre de menu.



Vous avez accès, via « **Acquisition** », aux différentes applications permettant de communiquer avec les oscilloscopes. Vous pouvez communiquer par une interface GPIB ou une interface USB. Nous ne nous occuperons que de l'interface USB. Pour cette interface, les menus proposés sont les suivants :

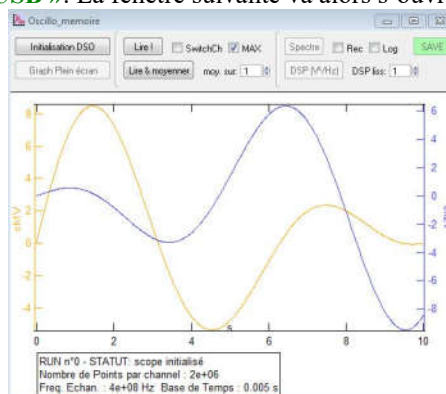
« **Oscilloscope en USB** » donne accès à une interface qui va permettre de récupérer les données de l'oscilloscope, soit sur toute la profondeur mémoire, soit sur un sous échantillonnage de 1000 points pour les DSO5012A et DSO6012a (pas de sous échantillonnage possible pour les oscilloscopes DSOX3014A). Une fois les données récupérées, le programme permet de récupérer la transformée de Fourier et la densité spectrale de puissance. Il est alors possible de demander au programme d'enchaîner automatiquement acquisition et calcul de spectre ou de DSP ce qui permet d'avoir une analyse de spectre avec un très bonne résolution en « temps réel », au prix d'un rafraîchissement moins rapide que sur quelques milliers de points. Par ailleurs, il est possible de lisser les densités spectrales de puissance, ce qui est pratique pour faire des mesures de bruit. Le programme permet également de

« **Génération d'impulsions** » permet de piloter un générateur Agilent 33220 afin de réaliser des impulsions et de prendre en main la base de temps de l'oscilloscope. Associé au programme précédent (qui doit avoir été lancé préalablement), il permet, avec le calcul de spectre (en choisissant la bonne fenêtre de troncation) de remonter à la fonction de transfert d'un système linéaire. Nous utiliserons ce système plus tard dans l'année.

« **Bode en USB** » permet de piloter un générateur Agilent 33220 ou 33120 et de récupérer le signal en entrée et en sortie d'un système linéaire sur différentes fréquences. La récupération se fait avec le même nombre de points que dans « oscilloscope ». Par rapport à la version en GPIB, l'interface permet d'activer le moyennage de l'oscilloscope (sur 2 passages seulement) afin d'améliorer la qualité des mesures. L'effet sur le signal laisse penser qu'il ne s'agit pas d'un simple moyennage sur deux traces mais le bruit est ainsi considérablement réduit, sans que l'activation du moyennage ne vienne bloquer le programme, ce qui arrive quand on moyenne sur un nombre de traces plus important.

IV.2. Travail expérimental.

- Cliquez sur « **oscilloscope en USB** ». La fenêtre suivante va alors s'ouvrir



Récupérer une acquisition du signal délivré par le générateur avec toute la profondeur mémoire de l'oscilloscope.

Cliquez sur le bouton vert « SAVE ». Vérifier que la macro crée un répertoire « Saved » sous la racine d'Igor. Les données sont sauvegardées sous un nom qui commence par S suivi de l'heure d'enregistrement à la seconde près (pour obtenir un rangement des prises de données dans l'ordre chronologique), puis _CH1 ou _CH2 en fonction de la voie sauvée et enfin un texte tapé dans l'interface pour personnaliser le nom de la wave.

V- Cinquième expérience : ajustement d'une fonction complexe.

On a relevé le module de l'impédance d'un quartz 2^{15} Hz. Voici le tableau de valeurs obtenues autour de la résonance et de l'antirésonance du composant :

f (Hz)	32750.0	32756.0	32758.0	32760.0	32761.0	32762.0	32763.0
Z (Ω)	909091	729927	649351	534759	467290	395257	309598

f (Hz)	32763.5	32764.0	32764.5	32765.0	32765.3	32765.5	32765.6	32765.63
Z (Ω)	262467	209205	152439	91743.1	54644.8	34602.1	28328.6	28089.9

f (Hz)	32765.64	32765.65	32765.70	32765.8	32765.9	32766.0	32766.3	32766.5
Z (Ω)	28169	28169	30120.5	38167.9	49751.2	63694.3	108696	142349

f (Hz)	32767.0	32767.5	32768.0	32769.0	32770.00	32771.0	32772.0	32773.0
Z (Ω)	233918	333333	454545	740741	1123600	1648350	2459020	3797470

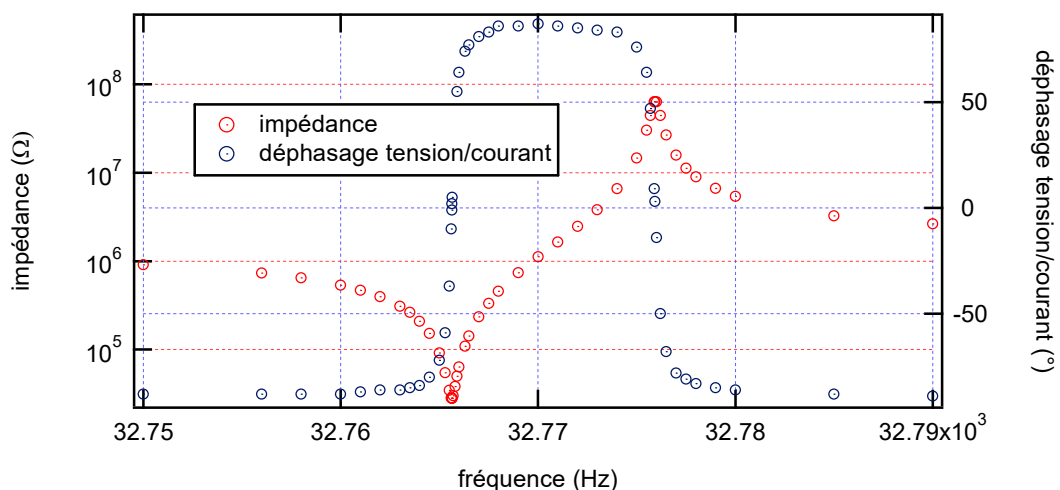
f (Hz)	32774.0	32775.0	32775.5	32775.7	32775.9	32775.93	32776.00	32776.20
Z (Ω)	6578950	14684300	30254800	44289000	63333300	63333300	63333300	44186000

f (Hz)	32776.50	32777.00	32777.50	32778.00	32779.00	32780.00	32785.00	32790.00
Z (Ω)	26760600	15833300	11242600	8962260	6643360	5382440	3253420	2638890

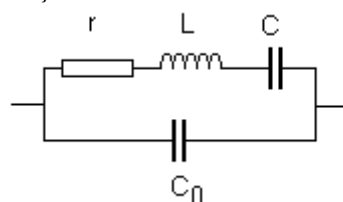
NE RETAPEZ PAS CES DONNEES... fichier à charger sur le site du DER avec la fonction d'ajustement déjà saisie....

V.1. Présentation du problème.

Tracer l'évolution du module de l'impédance avec la fréquence. On doit arriver à une courbe d'impédance et qui présente l'allure suivante. On a également représenté le déphasage pour appuyer ensuite le modèle.



Ce composant peut être modélisé de la façon suivante :



Le module de l'impédance répond, compte tenu du modèle du composant à la relation suivante :

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{r^2}{\left(r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right)^2} + \left(C_o \cdot \omega - \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{r^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\right)^2}}$$

On note deux fréquences particulières. L'une correspond à un minimum d'impédance, il s'agit de la fréquence de résonance f_r . L'autre correspond à un maximum d'impédance, il s'agit de la fréquence d'anti-résonance f_a . Ces deux fréquences correspondent par ailleurs à un déphasage nul entre la tension et le courant. Expérimentalement, on trouve

$$f_r = 32765.93 \pm 0.01 \text{ Hz} \quad \text{et} \quad f_a = 32775.95 \pm 0.05 \text{ Hz}$$

Par ailleurs, un essai a permis de déterminer C_o tel que

$$C_o = 3.3 \pm 0,1 \text{ pF}$$

A la résonance, l'impédance du quartz est pratiquement égale à r . Compte tenu des mesures faites, on en déduit que

$$r = 28100 \pm 50 \Omega$$

Nous allons maintenant négliger le rôle de r pour déterminer une relation approchée entre la fréquence de résonance et d'antirésonance et les éléments du schéma équivalent.

La fréquence de résonance est liée à L et C par la relation

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$$

La fréquence d'anti-résonance est liée à L , C et C_o , par la relation

$$f_a = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C_{eq}}} \quad \text{avec} \quad C_{eq} = \frac{C.C_o}{C + C_o}$$

Soit

$$C = C_o \cdot \left[\left(\frac{f_a}{f_r} \right)^2 - 1 \right]$$

On en déduit

$$C = 2,07 \pm 0,08 \text{ fF}$$

Puis

$$L = 11398 \pm 410 \text{ H}$$

V.2. Problème de l'ajustement des points expérimentaux au modèle

Pour commencer, récupérez sur le site du DER de physique, le fichier Igor avec les données saisies ainsi que la fonction d'ajustement.

La fonction d'ajustement a été créée sous Igor, ce qui vous permet d'ajuster les points mesurés au modèle. Pour ça, allez dans « Analysis », sous « Curve Fitting ». La fonction déjà créée s'appelle **quartz**.

Comme paramètre choisir r , L , C , C_o et comme variable x .

Pour que l'ajustement converge, il faudra donner des valeurs proches des paramètres attendus. Donnez aux paramètres les valeurs estimées au paragraphe précédent.

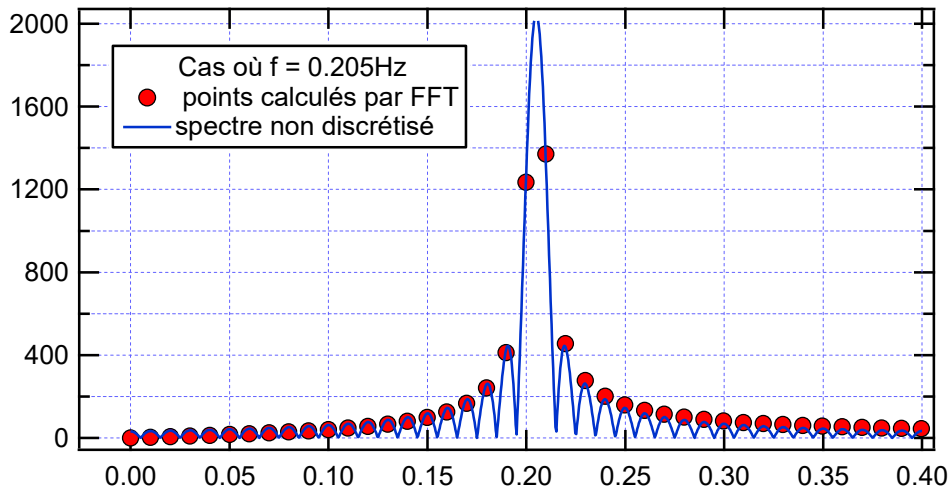
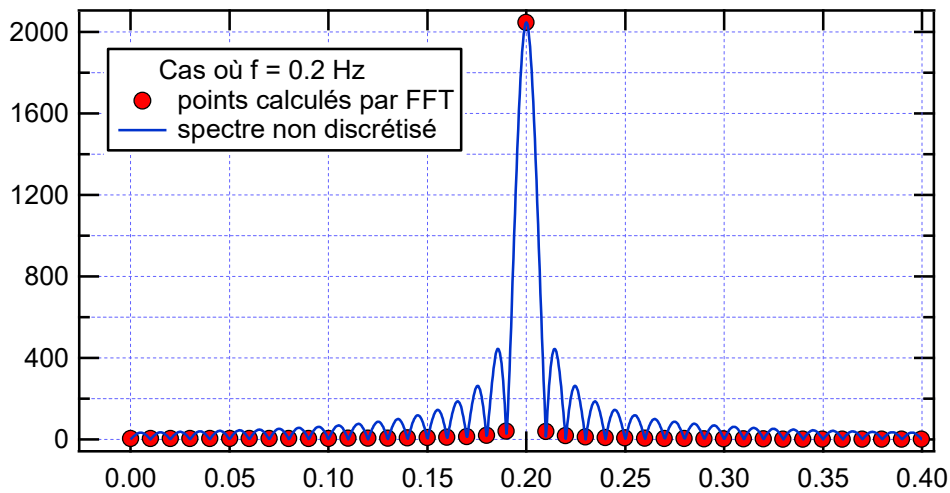
Que ce passe-t-il si vous écartez les valeurs des paramètres de celles données précédemment ?

Remerciements.

Je remercie Jean Cviklinski, Jean-François Roch et Mélanie Lebental pour leur importante contribution à de nombreux passages de ce document.

Annexe.

Visualisation d'une raie spectrale à 0,2Hz ou 0.205Hz pour des signaux définis pendant 100 secondes



Dans le premier cas, les points sont calculés sur les annulations du sinc sauf pour l'extremum qui est calculé exactement au sommet du pic (on calcule un point tous les 0,01Hz puisqu'on définit le signal sur une durée 100s)

Dans le deuxième cas, la fréquence de 0,205Hz ne correspond pas à un maximum (ce n'est pas un multiple de 0,01Hz) et on calcule pratiquement de part et d'autre de ce maximum. L'amplitude max observée est donc fautive. Par ailleurs, on calcule des points sur les maxima du sinc ce qui donne une image de pic en FFT plus épais avec une atténuation plus lente.

Version octobre 2023

**TP sur les appareils de mesure
Oscilloscopes numériques, multimètres, câble coaxial...**

Dans ce T.P., on s'intéressera surtout aux points suivants :

- Maîtrise du fonctionnement de l'oscilloscope numérique et utilisation des fonctions de base (base de temps, calibres, problèmes spécifiques à l'instrumentation numérique et techniques de mesures, problèmes de masse, sondes de tension utilisation du moyennage...).
- La fin du TP présente les propriétés du câble coaxial et les caractéristiques des multimètres.

I. Représentation d'un signal.

L'étude des systèmes physiques conduit souvent à s'intéresser à des régimes de fonctionnement périodiques. Nous allons rappeler comment traiter mathématiquement ces signaux (décomposition en série de Fourier et représentation spectrale...). Il faut cependant garder à l'esprit que tous les signaux ne sont pas périodiques. On peut notamment citer les signaux informatiques qui sont des signaux aléatoires...

I.1. Signal périodique.

Les fonctions périodiques peuvent être décomposées en une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples de la précédente. Nous allons nous intéresser à un signal périodique $s(t)$ quelconque de période T (pulsation ω) dont nous allons rappeler les différentes formes de décompositions.

I.1.1 Décomposition en série de Fourier d'un signal périodique.

• Première représentation réelle:

Le signal $s(t)$, représenté comme une somme de sinus et de cosinus de pulsations multiples de ω est représenté par la formule suivante:

$$\text{avec } A_0 = \frac{1}{T} \int_T s(t).dt \quad \text{valeur moyenne du signal } s(t) \text{ et}$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_T s(t). \cos(n.\omega.t).dt$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_T s(t). \sin(n.\omega.t).dt$$

• Seconde représentation réelle.

Le signal $s(t)$ peut également être représenté par une forme déduite de la précédente. On obtient alors

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n . \cos(n.\omega.t - \varphi_n)$$

avec $C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ et $\tan \varphi_n = B_n/A_n$

rappel: chaque terme de pulsation $n\omega$ est appelé **harmonique** de rang n et l'harmonique de rang 1 est appelé **fondamental**.

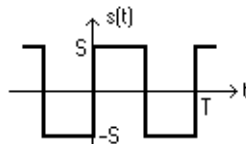
• Cas particulier des fonctions paires et impaires.

Si $f(t)$ est paire, alors on a $B_n=0$ quel que soit n supérieur ou égal à 1 (les sinus n'interviennent pas dans la décomposition ce qui est logique puisqu'il s'agit de signaux impairs).

Si $f(t)$ est impaire, alors on a $A_n=0$ quel que soit n supérieur ou égal à 1 (les cosinus qui sont des fonctions paires n'interviennent pas).

• Exemple d'un signal carré.

Considérons le signal suivant:



Ce signal est impair ($A_n=0$ pour $n \geq 1$) et de valeur moyenne nulle ($A_0 = 0$). reste à calculer B_n pour $n \geq 1$ ce qui conduit à:

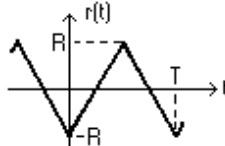
$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) \cdot dt = \frac{2}{T} \left[\int_0^{T/2} S \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) \cdot dt + \int_{T/2}^T -S \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t) \cdot dt \right] = \frac{2 \cdot S}{\pi \cdot n} \cdot (1 - \cos(\pi \cdot n))$$

Si n est pair, $B_n=0$, alors que si n est impair, $B_n = \frac{4 \cdot S}{\pi \cdot n}$.

On peut donc écrire $s(t) = \frac{4 \cdot S}{\pi} \cdot \left[\sin(\omega \cdot t) + \frac{\sin(3 \cdot \omega \cdot t)}{3} + \frac{\sin(5 \cdot \omega \cdot t)}{5} + \dots \right]$.

• *Exemple d'un signal triangulaire.*

Considérons le signal suivant:

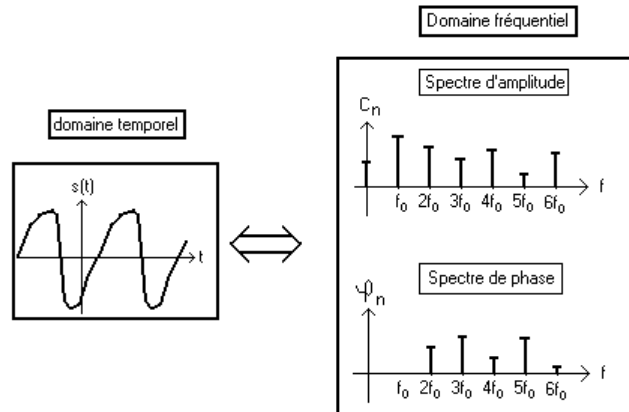


On peut procéder comme précédemment ou constater que $r(t)$ est la primitive de $s(t)$ dont la valeur moyenne est nulle. En calculant cette primitive à partir de la décomposition en série de Fourier de $s(t)$, on établit que

$$r(t) = \frac{-8 \cdot R}{\pi^2} \cdot \left[\cos(\omega \cdot t) + \frac{\cos(3 \cdot \omega \cdot t)}{3^2} + \frac{\cos(5 \cdot \omega \cdot t)}{5^2} + \dots \right] \quad (R=S \cdot T/4)$$

I.1.2. Représentation fréquentielle d'un signal périodique: spectre en raies.

Un signal périodique peut être représenté en fonction de la fréquence par deux courbes. Le spectre d'amplitude qui donne C_n en fonction de la fréquence f et le spectre de phase qui donne φ_n en fonction de f .



Nous verrons par la suite que cette représentation est très intéressante lorsque l'on fait du filtrage de signaux. rq: Le spectre d'un signal non périodique évolue de façon continue en fonction de la fréquence (spectre se présentant sous forme d'une fonction classique).

I.1.3. Paramètres caractérisant un signal périodique.

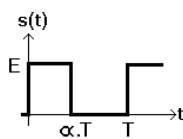
• *Valeur moyenne:*

La valeur moyenne $\langle s(t) \rangle$ d'un signal périodique $s(t)$ est définie de la façon suivante:

$$\langle s(t) \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T s(t) \cdot dt$$

Exemple de calcul:

Signal en créneau de rapport cyclique α .



$$\langle s(t) \rangle = \alpha \cdot E$$

- Valeur efficace:

La valeur efficace S_{eff} d'un signal périodique $s(t)$ est définie de la façon suivante:

$$S_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt$$

Il s'agit de la racine carrée de la valeur moyenne du carré du signal. En utilisant la décomposition en série de Fourier, on démontre que

$$S_{\text{eff}}^2 = A_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2$$

(on développe le carré et on utilise le fait que la valeur moyenne d'un sinus est nulle).

Exemple de la valeur efficace d'un signal sinusoïdal :

Considérons un signal sinusoïdal de forme $s(t) = S_{\text{max}} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = 2\pi/T$. On a

$$S_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T S_{\text{max}}^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{S_{\text{max}}^2}{2} \quad \text{d'où} \quad S_{\text{eff}} = \frac{S_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

Exemple de la valeur efficace d'un signal carré :

On reprend le signal carré que nous avons décomposé en série de Fourier dans un paragraphe précédent. Cette fois, on a

$$S_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T S^2 dt = S^2 \quad \text{d'où} \quad S_{\text{eff}} = S_{\text{max}}$$

Remarque importante :

On parle parfois de **valeur efficace vraie (RMS = "root mean square")**. Il s'agit de la valeur que nous avons donnée en définition. Elle peut être calculée pour n'importe quel signal périodique. On oppose les appareils de mesure RMS, donnant rigoureusement la valeur efficace de signaux quelconques à d'autres appareils, adaptés à des signaux de formes particulières (sinusoïdales notamment). Ces derniers donnent des résultats n'ayant rien à voir avec la valeur efficace pour des signaux de formes différentes de celles pour lesquels ils sont prévus !

I.2. Signal aléatoire.

Dans cette famille de signaux, on peut classer les bruits (signaux parasites qui se superposent aux signaux utiles) et les informations (télécommunications).

Pour ces signaux, qui ne sont pas périodiques, on travaillera essentiellement avec l'analyse spectrale pour connaître la plage spectrale qu'ils occupent. On pourra également faire une analyse statistique pour déterminer les caractéristiques de la distribution des valeurs.

- *Exemple de bruit :*

Dans le TP sur le bruit, qui viendra plus tard dans l'année, nous nous intéresserons par exemple au bruit thermique généré par les résistances dans les circuits électroniques. Ce bruit peut être considéré comme blanc (sa valeur efficace se distribue uniformément en fonction de la fréquence sur la plage de travail) et gaussien (les valeurs se distribuent de façon gaussienne autour d'une valeur moyenne nulle).

- *Exemple d'information :*

On peut prendre l'exemple d'une information sonore pour l'oreille humaine, qui doit occuper une bande de fréquence comprise entre 20 Hz et 20 kHz. Dans ce cas, une analyse spectrale permettra de définir plus précisément la partie de la bande de fréquence occupée en fonction du temps.

- *Outils de représentation d'un bruit.*

Nous allons supposer que le bruit avec lequel nous allons travailler sont ergodiques, c'est-à-dire que l'évolution de ce signal aléatoire au cours du temps apporte la même information qu'un ensemble de réalisations. Par exemple, la valeur moyenne d'un bruit sera égale à la moyenne obtenue à partir de la prise d'un nombre suffisant d'échantillons.

- La valeur moyenne d'un signal $a(t)$ est donnée par

$$\langle a(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$$

- La valeur efficace A_{eff} de ce même signal est donnée par

$$A_{\text{eff}} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$$

Cette façon de définir la valeur efficace n'est pas forcément la plus pratique dans la mesure où le signal n'est connu que sur une durée limitée. Nous verrons, par la suite, qu'il est parfois possible de définir une valeur efficace à partir de l'écart-type des valeurs prises par le bruit.

- La densité spectrale $D_a(f)$ de ce signal peut être définie par

$$A_{\text{eff}}^2 = \int_0^{\infty} D_a(f) df$$

L'intérêt de la densité spectrale de puissance, c'est qu'elle ne dépend que du bruit considéré, alors que la valeur efficace dépend également de la bande passante de l'appareil qui donne sa valeur.

Par ailleurs, la densité spectrale de puissance d'un signal $a(t)$ est la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation (théorème de Wiener-Kinchine), cette dernière étant définie par

$$C_{aa}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T a(t) a(t - \tau) dt$$

La densité spectrale de puissance est particulièrement adaptée pour rendre compte du comportement fréquentiel d'un signal dont le spectre évolue continûment.

II. Présentation générale des oscilloscopes numériques

Les oscilloscopes que nous utiliserons sont tous des appareils numériques. Par la suite, dans ce document, excepté pour introduire le principe de la synchronisation, nous travaillerons toujours avec des appareils de ce type.

Les oscilloscopes numériques sont construits autour d'une mémoire de capacité limitée. Pour numériser un signal et donc en récupérer une image occupant un espace mémoire limité, il va être nécessaire de transformer les signaux analogiques que nous délivrent les systèmes étudiés. Ces transformations vont nous donner une image dégradée du signal étudié. Le rôle des utilisateurs sera de limiter au maximum cette dégradation inévitable.

II.1. La numérisation d'un signal.

II.1.1. La numérisation impose les transformations suivantes :

Pour le temps :

Il faut observer le signal sur une durée limitée T_0 : c'est la troncation

Il faut passer du temps continu au temps discret : c'est l'échantillonnage (on prend des points tous les T_{eacq} ce qui conduit à une fréquence d'échantillonnage $F_{\text{eacq}} = 1/T_{\text{eacq}}$)

Avec ces deux étapes, on s'est ramené à un nombre de points fini, mais ça ne suffit pas. Il faut ensuite que chaque point de mesure occupe un espace mémoire limité, ce qui nécessite d'agir sur la représentation sur l'amplitude.

Pour l'amplitude :

Il faut borner la plage des valeurs représentables à une plage de valeur D (la dynamique)

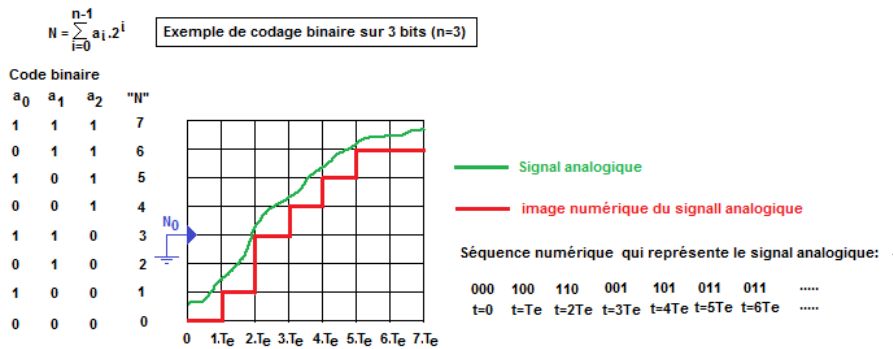
Il faut que la représentation du signal se fasse à travers un nombre limité de valeurs possibles, les valeurs réelles étant ramenées aux niveaux discrets autorisés les plus proches. Ces niveaux discrets sont équidistants de pas p . Nous avons ainsi quantifié en amplitude. On obtient alors une représentation numérique du signal qui est continue par morceaux. La représentation de chaque point occupe un espace mémoire limité de n bits (valeur 0 ou 1). Il y a 2^n valeurs possibles sur une dynamique D ce qui signifie que l'on a

$$p = \frac{D}{2^n}$$

A partir du moment où on se ramène à un nombre de points fini et que chaque point occupe un espace mémoire limité, la représentation du signal occupe alors un espace mémoire limité. Nous avons numérisé notre signal.

II.1.2. Exemple :

Pour comprendre la représentation d'un signal analogique à travers son image numérique, on peut raisonner sur la figure suivante sur laquelle la numérisation est faite sur 3bits pour simplifier :



Pour passer du code à une tension u : $u = (N - N_0) \times \frac{D}{2^n}$ où N_0 valeur entière correspondant au code de la masse
 n = nombre de bits sur lequel on code la tension
 et D = dynamique de numérisation
 (exemple : si 8 carreaux en amplitude, si échelle = 1V/Carreau alors $D = 8V$)

A l'issue de la numérisation, la représentation du signal, grâce à l'échantillonnage et à la quantification en amplitude occupe bien un espace mémoire limité.

II.1.3. Relation entre capacité mémoire, pas d'échantillonnage et durée d'acquisition.

Sur les oscilloscopes, ces grandeurs sont reliées de la façon suivante :

$$N_{acq} = \frac{T_o}{T_{eacq}} = T_o \cdot F_{eacq}$$

Sur les appareils récents, disposant d'une capacité mémoire assez importante (qq 100 kpts), le nombre de points pour représenter le signal va dépendre de la base de temps.

Quand la durée d'observation T_o est assez grande, $N_{acq} = N_{acqMax}$ fixé et la fréquence d'échantillonnage F_{eacq} s'ajuste avec la base de temps T_o . On a alors

$$N_{acqMax} = T_o \cdot F_{eacq}$$

Si T_o diminue (quand on regarde des phénomènes de plus en plus rapides), F_{eacq} augmente. A moment donné, si T_o trop faible on ne peut plus augmenter la fréquence d'échantillonnage F_{eacq} qui est bornée à $F_{eacqMax}$ (quelques GSa/s).

Ainsi, sur les oscilloscopes DSOX1102G, le signal sur une voie peut être représenté avec 5.10^5 points pour une durée d'observation voisine de la seconde mais ce nombre diminue lorsque la durée d'observation T_o passe en-dessous d'une valeur limite T_{olim} . La fréquence d'échantillonnage limite de cet appareil étant de 2 GSa/s, on a $T_{olim} = 250\mu s$.

A partir de là, si on continue à diminuer T_o , c'est la fréquence d'échantillonnage qui restera bloquée à $F_{eacqMax}$ et le nombre de points qui va s'adapter à la base de temps. On aura alors

$$N_{acq} = T_o \cdot F_{eacqMax}$$

Plus la durée d'acquisition sera courte, plus le nombre de points acquis sera faible.

Opérations réalisées à partir d'un sous échantillonnage de la mémoire principale:

Sur les oscilloscopes disposant d'une mémoire de taille importante, certaines opérations, comme la FFT notamment ne sont pas exécutées avec tous les points acquis mais avec un sous échantillonnage. Ainsi, pour des oscilloscopes DSOX1102G numérisant les signaux avec 5.10^5 points, la FFT ne sera calculée qu'avec 62500 points. En effet, nous verrons plus tard que pour acquérir un signal dans des conditions qui respectent le critère de Shannon (qui impose une fréquence d'échantillonnage donnée), il faut acquérir le signal sur une durée d'autant plus grande que le nombre de points acquis est important. Pour obtenir le spectre, il faut par ailleurs ajouter à ce temps d'acquisition le temps de transfert des données et le temps de calcul du spectre. Dans ces conditions, le spectre se rafraichira d'autant plus vite que le nombre de points acquis en vue de la FFT est faible, c'est pourquoi on réalise ce sous échantillonnage.

Dans un même ordre d'idée, l'affichage à l'écran se fait également avec un sous échantillonnage du fichier représentant le signal, car la résolution de l'écran ne permet pas de représenter tous les points. Il se peut ainsi que des pics très fins d'un signal ne soient pas visibles à l'écran, excepté en faisant un zoom ce qui permet d'interroger la mémoire plus complètement...

II.1.4. Bilan :

Numériser un signal conduit à le dégrader (l'image numérique ne correspond pas parfaitement au signal analogique observé). Ce sera à l'expérimentateur de se mettre dans les conditions qui minimisent au maximum cette dégradation.

L'intérêt principal de la numérisation du signal, c'est qu'elle permet de réaliser tous les calculs possibles sur les données acquises, des plus simples (valeur crête à crête, valeur moyenne, valeur efficace...) aux plus complexes (primitive, transformée de Fourier discrète, filtrage numérique, ...).

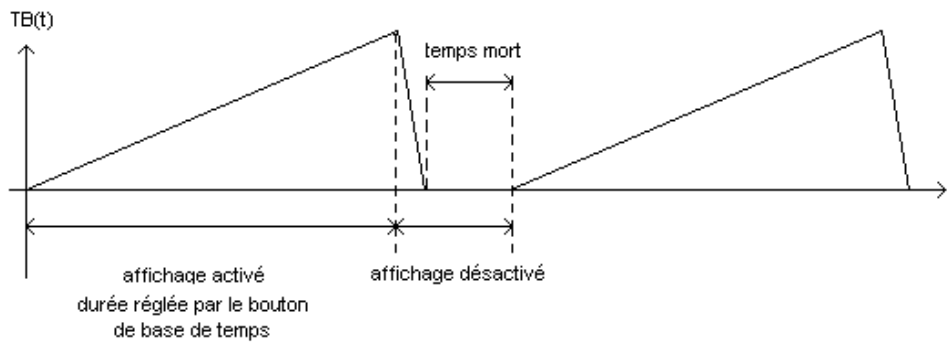
Mais pour que ces calculs aient du sens, il faut que la numérisation soit faite dans de bonnes conditions, sans quoi la qualité du résultat du calcul sera souvent à la mesure de la qualité de la numérisation.

II.2. La synchronisation :

Pour l'utilisateur qui cherche à obtenir une image stable d'un signal, il n'y a pas de différences majeures pour utiliser un oscilloscope analogique et un oscilloscope numérique. Les questions à se poser sont les mêmes. Dans les salles de TP, nous ne disposons plus que d'oscilloscopes numériques, mais il m'a semblé plus simple de commencer par présenter la synchronisation dans les oscilloscopes analogiques, puis de présenter ce qui se passe dans un appareil numérique.

II.2.1. Rappel sur le cas des oscilloscopes analogiques :

Dans un oscilloscope analogique, ce que l'on visualise à l'écran, c'est le signal d'entrée, en fonction d'un signal généré en interne par l'oscilloscope, appelé base de temps ("Time Base") que nous appellerons désormais $TB(t)$. Ce signal se présente sous la forme suivante:



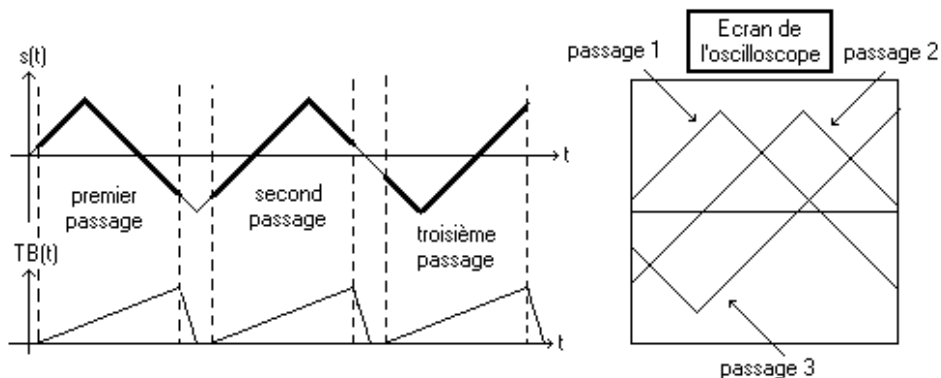
L'affichage de la trace à l'écran n'est possible que durant la montée de la rampe. En revanche, lors de la descente puis de la phase de temps mort, rien n'est affiché. Cette courte interruption n'est pas perceptible pour des signaux de fréquences suffisamment élevées.

Pour obtenir une visualisation correcte des signaux, il va falloir synchroniser ("Trigger"), c'est à dire utiliser un signal de base de temps dont la période est multiple du signal à observer. Pour cela, il faudra agir sur la durée de temps mort. On obtiendra alors une trace stable à l'écran.

II.2.1.1. La synchronisation :

Nous allons nous intéresser à ce qui est observable à l'écran lorsque l'on prend un signal $TB(t)$ quelconque puis synchronisé avec le signal à observer. Nous allons traiter les cas de l'observation des évolutions temporelles d'un signal triangulaire $s(t)$ sans composante continue (parce que c'est plus simple à dessiner...).

- Cas 1: On choisit $TB(t)$ au hasard sans se soucier de $s(t)$.



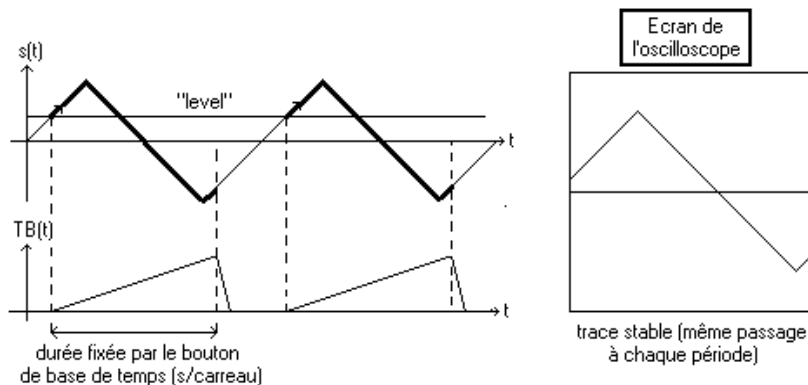
La trace ne passe pas au même endroit d'une période de base de temps à la suivante. A l'écran, on n'observe pas de trace stable. Tout se passe comme si la trace dérivait...

Pour obtenir une trace stable, nous allons faire en sorte de synchroniser $TB(t)$ et le signal étudié $s(t)$. Nous allons donc créer un signal de base de temps dont la période est un multiple entier de celle de $s(t)$. Pour cela, il faut que la montée de rampe de $TB(t)$ ne se déclenche que lorsque le signal à observer (ou tout autre signal de même

période), atteint un niveau donné en amplitude, et franchit ce dernier avec une pente donnée (en croissant ou en décroissant), alors que $TB(t)$ est en phase de temps mort. Le niveau ("level"), et le front ("slope") sont fixés par l'expérimentateur

- *Cas 2 : $TB(t)$ est synchronisé sur $s(t)$.*

On choisit de synchroniser sur un « level » positif et de déclencher sur le front montant.



L'instant de déclenchement est donc fixé par "level" et "slope" et dépend du signal $s(t)$. En revanche, la durée d'observation dépend du calibre que l'on choisit pour la base de temps (s/carreau). Sur l'exemple, la durée est trop courte pour observer une période complète. Il faudrait augmenter le calibre de base de temps pour cela.

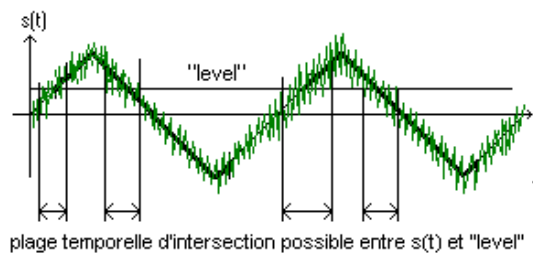
Il faut noter que lorsque la rampe est en phase ascendante, le système de synchronisation ne prend plus en compte les intersections entre le signal et le niveau de déclenchement. La prise en compte n'est possible que lors des phases de temps mort.

Il faut noter que ce protocole, simple dans son principe, est mis en défaut dès que le signal étudié présente plus d'une intersection par période avec le niveau de déclenchement choisi. Dans ce cas, on se retrouve avec potentiellement autant de trace stable à l'écran qu'il existe d'intersection entre le signal et le niveau de déclenchement. On rencontrera ce problème, notamment en présence de bruit sur le signal étudié.

II.2.1.2. Problèmes posés par le bruit pour la synchronisation.

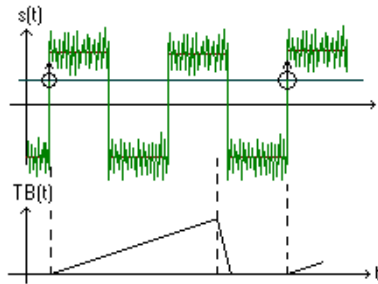
Dans le paragraphe précédent, nous avons supposé que le signal que nous cherchions à observer était « lisse ». Dans la pratique, les expériences étant réalisées dans un environnement électromagnétique pollué, les signaux obtenus correspondent à la superposition d'un signal utile et d'un signal de perturbation appelé « bruit ». Ce bruit peut provenir de rayonnements électromagnétiques captés par les circuits utilisés, ou de perturbations conduites qui proviennent des composants employés ou des sources d'alimentation électrique.

Si on cherche à observer un signal triangulaire comme au paragraphe précédent, mais en présence de bruit, on va se retrouver dans la configuration suivante :



Cette fois, il n'y a plus d'instant précis, correspondant à l'intersection du signal étudié avec le niveau de déclenchement et avec le front voulu, susceptible de permettre un lancement de la base de temps, mais une plage temporelle. L'indétermination sur le début de la montée de la rampe de base de temps va conduire à une trace moins stable et donc plus épaisse. Par ailleurs, même quand le signal étudié décroît en moyenne, il peut présenter un front montant, ce qui étend encore plus la plage susceptible de conduire à un lancement de rampe de synchronisation.

Il existe cependant certains signaux qui permettent une synchronisation correcte malgré le bruit. Il s'agit des signaux qui présentent un front raide. Prenons l'exemple du signal rectangulaire :



Même en présence d'une forte valeur efficace de bruit, l'instant d'intersection entre le signal et le niveau de synchronisation avec un front donné est défini précisément.

Pour résumer, lorsque l'on cherche à synchroniser un appareil, on veillera à choisir le signal le moins bruité, et si possible un signal présentant un front raide.

Cependant, il existe des signaux périodiques pour lesquels la synchronisation n'est pas possible simplement. C'est par exemple le cas pour les signaux qui présentent, par période, plusieurs intersections possibles avec le niveau déclenchement. Il y a alors plusieurs positions stables de la trace à l'écran qui, si elles se superposent, rendent l'interprétation du signal délicate. Il faut alors pouvoir contrôler la durée minimale de temps mort afin de toujours solliciter le même instant de la période pour lancer une base de temps (« holdoff »).

II.2.2. Cas des oscilloscopes numériques.

Dans un oscilloscope numérique, il n'y a pas d'oscillateur fabriquant un signal $TB(t)$ ni du coup de représentation à l'écran de $s(t)$ en fonction de $TB(t)$.

Le signal est acquis dans une mémoire. Le fichier ainsi obtenu est analysé numériquement et on recherche les intersections entre le signal acquis et le niveau de déclenchement. Le système sait alors, en fonction de l'instant auquel on veut afficher à l'écran l'intersection entre le signal et le niveau de déclenchement, combien de points il doit conserver avant l'instant repéré et combien il devra en prendre après (la durée d'affichage est T_0 fixée avec le bouton de base de temps). Une fois que le fichier est complet en fonction des caractéristiques définies par le protocole de synchronisation, les données sont envoyées à l'affichage pour une trace. Le protocole recommence alors pour la trace suivante et compte tenu de la méthode, la nouvelle trace repassera exactement au même endroit que la précédente... Cette fois, c'est le protocole d'acquisition/affichage des données qui est synchronisé avec le signal à observer puisqu'on arrive à un rapport entier entre la durée du protocole d'acquisition et d'affichage et la période du signal observé..L'effet à l'écran est le même que pour le système analogique, on obtient une trace stable à l'écran.

II.2.3. Les différentes options proposées pour la synchronisation.

• Sur quel signal synchroniser?

On peut synchroniser sur n'importe quel signal de même fréquence que le signal à observer. En général, on cherche à synchroniser sur un signal d'amplitude importante et le moins bruité possible. On peut choisir différents signaux:

- CH1** ou **CH2**, c'est-à-dire l'une des deux entrées (ou des quatre entrées sur un oscilloscope 4 voies).
- Ext** (un signal extérieur branché sur l'entrée BNC Ext. de l'oscilloscope).
- Line** (synchronisation directe sur le réseau 50 Hz).

• Quel couplage choisir?

Par défaut, on peut choisir un couplage DC. Le couplage AC peut servir lorsque l'on veut synchroniser sur la composante variable du signal. On peut également choisir des couplages avec des filtres sur des bandes particulières.

• Quel niveau ("Level").

On peut régler le niveau de déclenchement du signal grâce au bouton "Level". Il faut veiller à ce que le niveau choisi ne dépasse pas les valeurs extrêmes du signal, sans quoi aucune synchronisation n'est possible.

• Quel front choisir?

On peut décider de déclencher la base de temps lorsque le signal franchit "Level" par front montant ou descendant. Plusieurs représentations sont possibles pour cette fonction...observer différents oscilloscopes...

• Quel mode choisir?

Le mode "**Auto**" maintient un affichage, même quand aucune synchronisation n'est possible. Sans synchronisation correcte, la base de temps se déclenche automatiquement après une durée très brève sans détection de signal de synchro et la trace dérive.

Le mode "**Normal**" ne laisse aucun signal à l'écran lorsqu'il n'y a pas de synchronisation possible (penser à ce problème quand on n'a plus de trace). Sur certains oscilloscopes numériques, l'appareil affiche néanmoins la

dernière trace observée juste avant de perdre la synchro... on peut alors observer une trace sans avoir de signal en entrée!

Le mode **monocoup** ("**Single**") permet d'obtenir un seul balayage à l'écran ce qui peut se révéler utile pour observer des phénomènes transitoires (une dérive, la réponse à un échelon...). Il s'agit d'un mode « Normal » à un seul déclenchement. Certains oscilloscopes disposent d'un mode monocoup direct, alors que sur d'autres, il faut passer en mode « Normal » puis appuyer sur « Single ».

Remarques : l'instant qui correspond au passage par le niveau de déclenchement qui lance le protocole de base de temps est repéré, en haut de l'écran par un petit triangle orange qui peut d'ailleurs être décalé en dehors de l'écran, au moyen d'un bouton à tourner, situé dans la zone de la face avant de l'appareil, relative à la synchro. La position par défaut de ce triangle peut être imposée à gauche, au centre ou à droite de l'écran au moyen en allant dans « Display » et en ajustant « Time Ref ».

II.2.4. Travail expérimental.

• Observer un signal sinusoïdal de 1V efficace et de fréquence 1kHz à l'oscilloscope. Observer l'effet du niveau de synchronisation en mode « Auto » et « Normal ». Pourquoi n'a-t-on pas de trace instable en mode « Normal » ?
Même question pour un signal sinusoïdal de même valeur efficace mais de fréquence 0,2Hz. Quel est le problème posé par le mode « Auto » par rapport au mode « Normal » ?

• Observer un signal continu en mode Auto puis en mode « Normal ». Quel problème pose le mode « Normal » dans ce cas ?

Bilan : Pour quelles fréquences ne peut-on pas synchroniser en « Normal » ? Même question pour le mode « Auto ».

• Réaliser un circuit RC (fréquence de coupure de 1kHz environ)

- Comment choisir R et C (justifier qu'il est préférable de prendre $1k\Omega < R < 1M\Omega$ et $100\text{ pF} < C < 1\mu\text{F}$... ces bornes ne sont pas impératives mais quand on ne les respecte pas, il faut réfléchir...)?

- Se placer à une fréquence située au-delà de la fréquence de coupure. Essayer de synchroniser sur la tension de sortie du filtre (fortement atténuée en raison du comportement passe-bas du système) lorsqu'on augmente la fréquence. Comparer à une synchronisation sur le signal "Sync" du GBF. Quel est l'intérêt de ce type de synchronisation? Conserver le circuit R-C pour la suite.

- Utiliser l'acquisition avec moyennage (« Averaging ») lorsque l'oscilloscope est synchronisé sur le signal étudié. Quel est l'effet. Même question si la synchronisation n'est pas effectuée ? Expliquer.

• Signaux sur lesquels on ne peut pas synchroniser simplement :

En utilisant un générateur de fonction arbitraire réaliser un signal périodique passant plusieurs fois par le même niveau avec un front donné sur une période (signal « cardiac » des générateurs 33220A). Quelle est le problème posé vis à vis de la synchronisation ?

• Observation d'un régime transitoire, mode « Single » : Observer la tension délivrée par une alimentation stabilisée (+15V par exemple). Eteindre l'alimentation et observer l'évolution de la tension de sortie... Même démarche lors de la mise sous tension. Dans les deux cas, donner le temps nécessaire pour que les alimentations délivrent 90% de la valeur attendue en régime permanent.

Avant d'activer le mode « Single », il faut préalablement, en mode « Auto », ajuster les réglages d'échelle de temps et d'amplitude, ainsi que le niveau de synchronisation et l'affichage de l'instant d'intersection entre $s(t)$ et « Level ». Puis on passe en mode « normal » (car le mode monocoup est un mode « Normal » à un seul déclenchement), et on appuie sur la touche « Single ». On applique le signal transitoire et l'oscilloscope déclenche une seule fois ce qui permet d'observer ce qui s'est passé sur une plage de temps donné.

II.3. La représentation de l'amplitude :

L'utilisation d'une échelle d'amplitude non optimisée conduit à des mesures automatiques dont la qualité peut être médiocre. Si les mesures sont automatiques sur les oscilloscopes numériques, leur qualité ne l'est pas, elle dépend de la qualité de numérisation qui dépend de l'optimisation des échelles en amplitude et en temps qui est du ressort de l'expérimentateur. Il faut que ce dernier fasse cet effort, souvent oublié....

II.3.1. Choix proposés dans le menu relatif à une voie d'entrée de l'oscilloscope.

• Les boutons de calibre :

Ils permettent de fixer le nombre de volts par carreaux (En fait, on fixe l'amplification qui permet de contrôler l'affichage suivant l'axe Y). Sur la plupart des oscilloscopes, les calibres extrêmes sont 1 mV/carreau et 5V/carreau. On peut donc observer des signaux dont l'amplitude va de quelques mV à quelques dizaines de Volts.

• Mode de visualisation AC, DC.

En mode DC, on visualise l'intégralité du signal de la voie d'entrée. En revanche, en mode AC, le signal est préalablement passé dans un filtre passe-haut. Si le signal d'entrée présente une fréquence fondamentale assez forte (une centaine de Hz au moins), sa composante continue sera supprimée, et on ne visualisera que sa partie variable.

- *Calibres de sonde (« probe ») :*

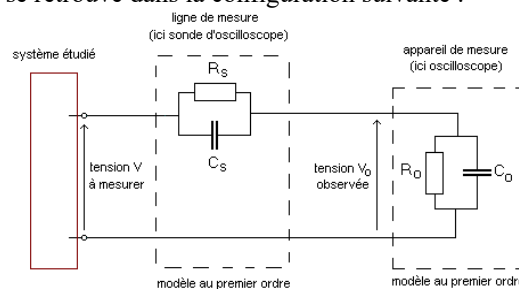
Les oscilloscopes sont la plupart du temps livrés avec deux sondes potentiellement atténuatrices avec gain 1/10. Sur les oscilloscopes DSOW1102G, les sondes sont soit de gain 1 soit de gain 1/10. C'est à l'utilisateur de saisir le calibre (dans les menus proposés pour la voie sur laquelle on travaille sur l'onglet « Sondes » ou « Probe ») pour obtenir une lecture directe de la bonne valeur. Sur ces oscilloscopes, quand on retire la sonde pour utiliser un câble coaxial ou parce qu'on repasse sur un gain de 1, il faudra penser à retirer ce calibre, afin d'obtenir une valeur correcte. Si, lors de mesures, vous vous retrouvez avec des tensions 10, 100 ou 1000 fois trop fortes, il y a de fortes chances pour qu'un calibre de sonde ait été conservé alors que vous n'utilisez plus de sonde. C'est souvent le fait de l'utilisateur précédent car un calibre rentré est conservé si l'appareil est éteint puis rallumé.

Sur certains modèles plus (DSO5012A, DSO6012A, DSOX3014), la sonde est détectée automatiquement et le calibre est fixé automatiquement s'il s'agit bien du modèle de sonde livrée avec l'oscilloscope... Pour plus de sécurité, il est malgré tout préférable de jeter un coup d'œil....

II.3.2. Utilisation des sondes atténuatrices.

- *Fonction de transfert de l'ensemble ligne de mesure/appareil de mesure avec sonde en position « 1/10 »:*

Il est possible d'utiliser des sondes atténuatrices. Il faut alors penser à prendre en compte l'atténuation (certains oscilloscopes numériques le font automatiquement avec les sondes de leur marque... mais ça n'est pas toujours le cas...). Le rôle de ces sondes est de rendre l'ensemble sonde + oscilloscope le moins perturbateur possible pour le circuit étudié (la sonde représente une impédance beaucoup plus importante qu'un câble coaxial). Par ailleurs, en l'accordant convenablement, on peut faire en sorte que l'information qui est véhiculée du circuit vers l'oscilloscope soit transcrite le plus fidèlement possible. Pour comprendre l'accord des sondes, il faut savoir que ces dernières peuvent être représentées, au premier ordre comme sur la figure suivante. La capacité C_s de la sonde est réglable. Lorsque l'on fait une mesure, on se retrouve dans la configuration suivante :



Si on s'intéresse à la fonction de transfert au premier ordre d'un tel dispositif, on constate que

$$\frac{V_o(p)}{V(p)} = \frac{\frac{R_o}{1 + R_o \cdot C_o \cdot p}}{\frac{R_o}{1 + R_o \cdot C_o \cdot p} + \frac{R_s}{1 + R_s \cdot C_s \cdot p}} \quad (p=j \cdot \omega \text{ en régime harmonique})$$

Si on fait en sorte que $R_o \cdot C_o = R_s \cdot C_s$, la fonction de transfert devient un simple gain constant et le spectre du signal mesuré n'est pas modifié lors du transfert vers l'oscilloscope. Si cette condition n'est pas satisfaite, la sonde va entraîner une déformation. C'est ce qui se passe lorsque l'on travaille avec un simple câble BNC qui n'a aucune raison d'être accordé... Pour les fréquences inférieures à quelques 100 kHz, cette déformation peut en général être négligée... Entre 100 kHz et 1 MHz, la sonde améliore la qualité de la mesure. Au-delà de 1 MHz, même avec la sonde, la mesure finit par se dégrader.

- *Impédance de la chaîne de mesure :*

Indépendamment des problèmes d'accord, la sonde permet d'augmenter l'impédance apparente de la chaîne de mesure (quand la sonde est accordée, l'impédance est multipliée par 10. Ce point est très important, notamment lorsque l'on observe l'entrée de circuits dont l'impédance d'entrée dépasse les 100kΩ.

rq : En général $R_s = 9 \text{ M}\Omega$, $R_o = 1 \text{ M}\Omega$, $C_o \approx 10 \text{ pF}$ (Cf. documentation des oscilloscopes utilisés). On arrive alors à un gain de 1/10 d'où l'atténuation.

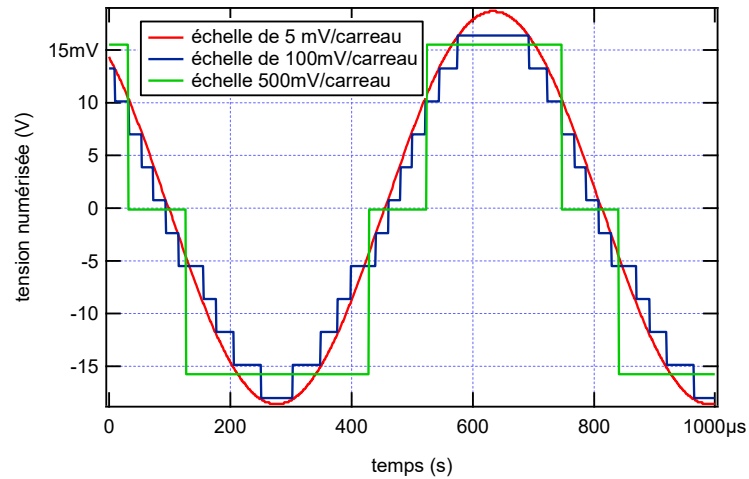
II.3.3. Représentation de la tension sur un appareil numérique.

Sur un appareil numérique, nous avons vu que le signal était représenté à travers des échantillons pris à intervalles de temps réguliers. L'échantillonnage réalisé représente une quantification en temps.

De la même façon, la tension qui représente un échantillon ne peut prendre que des valeurs discrètes. Cette quantification en amplitude est liée au mode de représentation. Une tension est associée à un code, et le nombre

de codes possibles étant fixé, un échantillon ne peut prendre que des valeurs discrètes de tension. Si on se place dans le cas d'un faible nombre de codes possibles, et en supposant que la tension analogique est représentée par le niveau de tension autorisé immédiatement inférieur, on se retrouve avec une représentation numérique du signal analogique qui présente une forme continue par morceau.

Sur la figure suivante, on observe que sur un oscilloscope (cette fois la numérisation se fait sur 8 bits), pour le même signal, suivant l'échelle de numérisation choisie, on récupère l'image suivante du signal :



Le nombre de codes possibles est lié au nombre n de bits sur lequel on code l'information. Un bit pouvant prendre deux valeurs différentes, 0 ou 1, coder sur n bits revient à définir 2^n niveaux de tension possibles. Sur les oscilloscopes, le codage de la tension se fait en général sur 8 bits (256 niveaux). Avec de tels nombres de codes possibles et un faible pas d'échantillonnage, le caractère « continu par morceau » de la représentation peut rapidement se faire sentir. Lorsque l'on cherche à faire une mesure à partir de l'image numérique du signal, on devra veiller à dilater au maximum la courbe en amplitude, afin d'utiliser le maximum de codes possibles. Si on n'utilise qu'une faible partie de l'écran, l'effet sera identique à une diminution du nombre de bits sur lequel on a codé l'information. Le signal prendra alors un caractère continu par morceaux plus marqué, et la qualité des mesures sur un tel signal sera médiocre.

Remarque : Sur les oscilloscopes, la numérisation se fait sur 8 bits, mais la représentation du signal se fait en interpolant linéairement entre les points. Cette interpolation étant elle aussi un processus numérique, il faut veiller à ne pas confondre le pas de quantification lié à la numérisation avec le pas de quantification lié à l'interpolation. Pour éviter de rencontrer ce problème, on peut, sur certains oscilloscopes (DSO5012A et DSO6012A), retirer l'interpolation (dans le bouton « Display », il faut décocher « vectors »). En revanche, cette option n'est pas disponible sur les oscilloscopes DSOX3014 et DSOX1102G).

II.3.4. Travail expérimental.

- *Fait par l'enseignant sur la paillasse de présentation filmée avec webcam et projetée au tableau : on n'applique aucun signal sur la voie 1 de l'oscilloscope en travaillant à 500mV/carreau. On note la dynamique dans ces conditions puis on appuie sur « STOP » et on dilate l'échelle. Dans « Display » (sur les scopes DSO5012 ou DSO6012, décocher « Vectors » afin que les points ne soient pas reliés, pour les autres modèles, observer les niveaux malgré les points reliés). On observe ainsi facilement les niveaux discrets représentables par l'appareil.*

- *Avec votre oscilloscope DSOX1102G, observez le bruit à l'écran (on n'applique aucun signal en entrée) sur une échelle 5V/carreau. Appuyer sur « STOP » et dilater l'échelle. Sachant que ce modèle d'oscilloscope affiche 8 carreaux mais numérise en fait sur 10 carreaux, déduire de ce que vous observez un encadrement du pas de quantification. Compte tenu de la plage sur laquelle on représente le signal au moment où on appuie sur « STOP », en déduire un encadrement du nombre de niveaux de quantification autorisé. En déduire le nombre de bits sur lequel on code la tension.*

- *Visualiser sans moyennage un signal triangulaire de fréquence 1kHz, de valeur crête à crête 38mV en utilisant la pleine échelle sur la voie 1. Sur la voie 2, on observe le même signal mais avec une échelle inadaptée (courbe « tassée »). Observer la différence entre les deux signaux en utilisant la soustraction des deux voies proposée par l'oscilloscope (touche « Maths »). Pour différentes échelles de la voie 2, on mesure la valeur efficace du signal différence avec l'option « CA Eff Cycle » ce qui permet de récupérer la valeur efficace de l'ondulation après avoir retiré du signal la composante continue. Cette composante continue est le fruit des composantes continues résiduelles des deux voies, défauts des oscilloscopes. Elle n'a rien à voir avec le bruit de quantification*

que nous souhaitons étudier. Tracer l'évolution de cette valeur efficace en fonction du pas de quantification de la voie 2 de l'oscilloscope (le signal sur la voie 2 est numérisé sur 10 carreaux, même si l'oscilloscope n'en affiche que 8, et le pas de quantification est obtenu en divisant l'amplitude sur 10 carreaux par 256 niveaux de quantifications représentables). Que conclure de cette courbe ?

- Avec le signal précédent observé sur la voie 1, on synchronisera en externe sur le signal de synchronisation du générateur. Pourquoi cette méthode de synchronisation ? En modifiant l'échelle d'amplitude afin d'obtenir une courbe de plus en plus écrasée sur le centre de l'écran, lire pour chaque échelle les valeurs mesurées par l'appareil. Conclusion

- Visualiser le même signal sinusoïdal sans offset sur deux voies de l'oscilloscope, l'une en mode DC et l'autre en mode AC en faisant décroître la fréquence de 1 kHz à 1 Hz environ. Quelle opération a été effectuée ? Donner l'allure du gain et du déphasage entre les deux voies en fonction de la fréquence. Donner la fréquence de coupure à -3dB (mesure à partir des amplitudes, sachant que -3dB signifie qu'on a perdu 3 dB par rapport au gain maximum...). Quel est le déphasage entre les deux voies à cette fréquence ? Se placer à un déphasage de 45° et mesurer le rapport des tensions. Conclure quant à la meilleure méthode pour détecter une pulsation de coupure à -3dB dans le cas d'un système du premier ordre. On conservera cette courbe de gain pour la comparer, lors du TP suivant, à la courbe de gain obtenue par FFT d'une réponse impulsionnelle.

- Observer un créneau de 10 Hz simultanément en mode AC et en mode DC. Visualiser un signal sinusoïdal de 1 kHz d'amplitude 0.1V crête à crête avec une composante continue de 7V. Quel est le problème posé ? Passer en mode AC et conclure. Finalement, sur quelle plage de fréquence peut-on utiliser le mode AC sans que ça pose problème ?

- Accorder une sonde atténuatrice en position 1/10 à l'oscilloscope DSO1102G. Utiliser pour cela un tournevis à demander à l'enseignant. Observer le même signal sinusoïdal sur les deux voies d'un oscilloscope, l'une des voies avec une sonde, l'autre avec un câble coaxial. Observer les différences entre 100kHz et 1MHz puis au-delà de 1 MHz.

Remarque : faire des mesures précises ne signifie pas faire des mesures justes. La justesse dépend des erreurs systématiques liées à un défaut d'étalonnage de l'appareil (qui doit être fait régulièrement si on veut travailler correctement... mais qu'on ne fait jamais faute de crédits... les calibrations coûtent cher), ou liées à la quantification en temps et en amplitude, problème spécifique aux appareils numériques. A cause des erreurs systématiques, un appareil peut donc être précis (si toutes les valeurs pour une même mesure sont proches) mais faux (la plage des valeurs trouvées ne contient pas la valeur réelle attendue). Avec les outils statistiques, quand les résultats sont obtenus un grand nombre de fois et qu'on récupère le résultat moyen, l'intervalle d'incertitude obtenu devient rapidement moins large que les pas de quantification. L'incertitude peut alors être négligée, mais les erreurs systématiques restent...

Sur les oscilloscopes numériques, nous avons des erreurs systématiques.

Il y a par exemple celles liées au processus de numérisation qui conduit par exemple à une sous-estimation intrinsèque d'une mesure crête à crête...

Il y a aussi les composantes continues parasites sur les voies d'entrées (jusqu'à qq mV). En pratique, si on doit mesurer une tension continue faible, il est préférable d'utiliser un bon multimètre qu'un oscilloscope.

II.4. L'axe Z :

Cet axe représente le système qui alimente l'écran en informations. Les oscilloscopes présentent de plus en plus souvent des écrans à cristaux liquides.

Les oscilloscopes présentent en général des menus qui permettent de régler le contraste, d'instaurer une persistance de la trace...

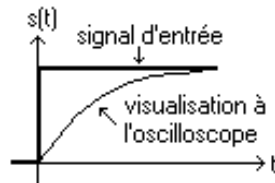
Il faut noter que, compte tenu de la résolution de ces écrans, tous les points mis en mémoire ne sont pas affichés. En pratique, l'écran ne permet d'en afficher que quelques centaines. Le module d'affichage va donc procéder à un sous échantillonnage de la mémoire. Dans le cas d'oscilloscopes présentant une profondeur mémoire importante, seul un zoom permettra de visualiser cette profondeur. Si l'oscilloscope est interfacé, on pourra bien entendu récupérer tous les points pour les traiter sur ordinateur.

II.5. Limitation en fréquence des oscilloscopes :

Sur le front des oscilloscopes, le constructeur indique souvent une fréquence (10 MHz, 50 MHz, 100 MHz...et plus pour les oscilloscopes très performants...et très coûteux). C'est la fréquence de coupure à - 3dB de l'appareil, qui se comporte donc comme un filtre passe-bas.

Il faudra commencer à interpréter les résultats avec prudence, lorsque l'on va travailler 1 décade en dessous de cette coupure (par exemple, si on travaille à 6 MHz pour un oscilloscope 60 MHz), car l'appareil risque de commencer à introduire une atténuation et surtout un déphasage.

Cet effet sera d'autant plus préoccupant si le signal observé comporte des harmoniques, qui seront encore plus perturbés que le fondamental...Si on observe par exemple des créneaux, on constate que l'oscilloscope ne donne pas un créneau, mais plutôt une courbe en forme d'exponentielle (type réponse d'un circuit RC à un échelon).



L'oscilloscope filtre les harmoniques haute fréquence du signal. Pour quantifier ce problème, on définit le temps de montée t_r (durée nécessaire pour que le signal passe de 10 % à 90 % de sa valeur maximale). La bande passante est reliée à t_r par la relation suivante.

$$BP_{-3dB} = \frac{K}{t_r}$$

Le temps de montée mesuré t_{rm} est relié au temps de montée de l'oscilloscope t_{ro} et au temps de montée du signal t_{rs} par la relation

$$t_{rm} \approx \sqrt{t_{ro}^2 + t_{rs}^2}$$

rq : dans la pratique, ces observations sont délicates car le GBF ne donne pas un pur créneau. Il est alors difficile de distinguer ce qui est dû au générateur de ce qui est dû à l'oscilloscope. Cependant, lorsque l'on étudie des temps de montée lors de commutation de semi-conducteurs rapides, il faut bien penser que les temps de montée de quelques ns sont faussés par les oscilloscopes dont la bande passante est de l'ordre de 100 MHz... Il faut alors vérifier alors le temps de montée donné dans la documentation de l'oscilloscope et corriger...

II.6. Problèmes de masse et oscilloscopes.

Avant d'aller plus loin, il convient de rappeler qu'un appareil dit « flottant » ne ramène pas la masse dans le circuit dans lequel il est utilisé. C'est notamment le cas des alimentations stabilisées et des multimètres.

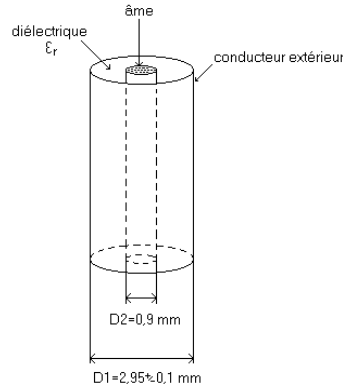
En revanche, la plupart des G.B.F. (générateurs de signaux basse fréquence) et des oscilloscopes ne sont pas flottants. La partie métallique externe des connecteurs B.N.C. de ces appareils est raccordée à la terre pour des questions de sécurité. Au cas où la partie métallique externe du BNC serait, suite à un défaut, portée à un potentiel important par rapport à la terre, l'installation électrique disjoncterait ce qui permet de protéger l'utilisateur.

rq : Les GBF 33220A sont flottants. Si la partie métallique externe des BNC qui délivrent du signal sont portées à un potentiel supérieur à 42V (norme pour la manipulation en milieu sec), un dispositif électronique relie directement ce connecteur à la masse et l'installation disjoncte. Sinon, une haute impédance est présentée entre ce connecteur métallique et la masse. La sortie reste donc flottante.

III. Structure et caractéristiques d'un câble coaxial.

• Structure d'une ligne coaxiale.

Comme toute ligne destinée à propager un signal électrique, une ligne coaxiale doit être composée de deux conducteurs distincts (il faut assurer la circulation du courant entre un dipôle générateur et un dipôle récepteur). L'avantage de ce type de ligne, par rapport aux lignes bifilaires, par exemple, c'est que les deux conducteurs sont très proches l'un de l'autre. Ainsi, la boucle qu'ils forment, lorsque le câble est relié aux deux extrémités, est de surface étroite. Les perturbations électromagnétiques (flux parasites), inévitables dans toute zone proche d'installations électriques (laboratoire, salles de TP notamment !), induiront donc des perturbations moindres qu'avec une ligne à deux fils distincts... On « blinde » la ligne de propagation...



Le conducteur extérieur est un cylindre creux de diamètre $D_1=2,95 \pm 0,1$ mm , alors que le conducteur intérieur (âme) est composé d'un câble de 19 fils de cuivre de diamètre $d=0,18$ mm. L'âme est comprise dans une gaine de diamètre $D_2=0,9$ mm. On en déduit que la section effective de conducteur est comprise entre $\sqrt{19}.d$ et D_2 .

Pour une telle structure, on peut calculer une inductance Λ_u et une capacité Γ_u par unité de longueur. On rappelle que

$$\Lambda_u = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D_1}{D_2}\right) \quad \text{et} \quad \Gamma_u = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{D_1}{D_2}\right)}$$

Compte tenu des données géométriques et de la valeur de la permittivité du diélectrique (à déterminer expérimentalement par la suite), on trouve les ordres de grandeur suivants

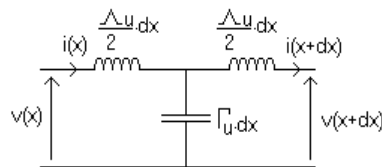
$$\Lambda_u = 0,25\mu\text{H/m} \quad \text{et} \quad \Gamma_u = 100\text{pF/m}$$

• Modélisation d'une ligne sans pertes :

Nous allons, pour simplifier notre démarche, considérer une ligne sans pertes. On suppose que les conducteurs sont de résistance nulle et qu'aucune énergie n'est dissipée au cours de la propagation (cette hypothèse est évidemment démentie en pratique...).

La ligne coaxiale se comporte comme un filtre passe bas (elle ne permet plus la propagation au-delà d'une certaine plage de fréquence).

On peut représenter un élément de longueur dx de ligne sans pertes de la façon suivante



Tous les calculs qui suivent sont effectués en régime sinusoïdal forcé.

• Impédance caractéristique :

C'est l'impédance Z_c , qui, lorsqu'elle est placée en sortie d'une ligne de propagation, donne à cette dernière le comportement d'une ligne infinie (pas d'ondes réfléchies...). L'impédance d'entrée est alors égale à Z_c . Si on place, en sortie de ligne, une impédance différente de Z_c , on aura une onde réfléchie.

L'impédance Z_c est donc telle qu'en tout x , on ait

$$\bar{v}(x) = \bar{Z}_c \cdot \bar{i}(x)$$

Pour la calculer, on peut utiliser le modèle établi sur la figure précédente et écrire les équations de nœuds et de mailles. On obtient alors les équations suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{v}(x) = \left(j \cdot \frac{\Lambda_u}{2} \cdot dx \cdot \omega - \frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) \bar{i}(x) + \left(\frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) \bar{i}(x + dx) = \bar{Z}_a \cdot \bar{i}(x) + \bar{Z}_b \cdot \bar{i}(x + dx) \\ \bar{v}(x + dx) = - \left(\frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) \bar{i}(x) - \left(j \cdot \frac{\Lambda_u}{2} \cdot dx \cdot \omega - \frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) \bar{i}(x + dx) = -\bar{Z}_b \cdot \bar{i}(x) - \bar{Z}_a \cdot \bar{i}(x + dx) \end{array} \right.$$

Sachant que

$$\bar{v}(x) = \bar{Z}_c \cdot \bar{i}(x)$$

et

$$\bar{v}(x + dx) = \bar{Z}_c \cdot i(x + dx)$$

On en déduit que

$$\bar{Z}_c^2 = \bar{Z}_a^2 - \bar{Z}_b^2$$

En remplaçant, cela conduit à

$$\bar{Z}_c^2 = \frac{\Lambda_u}{\Gamma_u} - \frac{\Lambda_u^2 \cdot \omega^2}{4} \cdot (dx)^2$$

Au premier ordre, cela conduit à

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\Lambda_u}{\Gamma_u}}$$

On remarque que cette impédance est réelle et qu'elle vaut 50Ω, compte tenu des caractéristiques du câble.

• Propagation dans une ligne sans pertes.

En reprenant les notations du paragraphe précédent, on peut écrire que

$$\bar{v}(x) = \left(j \cdot \frac{\Lambda_u}{2} \cdot dx \cdot \omega \right) \bar{i}(x) + \left(\frac{j}{\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega} \right) d\bar{i} = \bar{Z}_c \cdot \bar{i}(x) \quad \text{sachant que} \quad d\bar{i} = \bar{i}(x + dx) - \bar{i}(x)$$

On en déduit que

$$\frac{d\bar{i}}{\bar{i}} = (\Gamma_u \cdot dx \cdot \omega) \left(-\frac{\Lambda_u}{2} \cdot dx \cdot \omega - j \cdot \bar{Z}_c \right) \approx -j \cdot \bar{Z}_c \cdot \Gamma_u \cdot \omega \cdot dx \quad \text{au premier ordre}$$

en intégrant, on obtient

$$\bar{i}(x) = \bar{i}(0) \cdot e^{-j \cdot \bar{Z}_c \cdot \Gamma_u \cdot \omega \cdot x} = \bar{i}(0) \cdot e^{-j \cdot \sqrt{\Lambda_u \cdot \Gamma_u} \cdot \omega \cdot x}$$

En régime sinusoïdal, on peut écrire que $\bar{i}(0) = I_0 \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}$, ce qui conduit à

$$i(x, t) = I_0 \cdot e^{j \cdot \omega \cdot (t - \sqrt{\Lambda_u \cdot \Gamma_u} \cdot x)}$$

La vitesse de propagation dans le câble est donc $c_{\text{coax}} = \frac{1}{\sqrt{\Lambda_u \cdot \Gamma_u}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$.

rq : ce résultat est commun à toute propagation d'une onde dans un milieu à symétrie cylindrique.

rq : le calcul fait pour le courant pourrait également être réalisé pour la tension...

• Réflexion en bout de ligne.

En bout de ligne, on fixe une impédance \bar{Z}_u quelconque et on s'intéresse à l'onde réfléchie (quand elle existe).

En tout point de la ligne, on a

$$\bar{v}(x) = \bar{v}'(x) + \bar{v}''(x)$$

et

$$\bar{i}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot [\bar{v}'(x) - \bar{v}''(x)]$$

En bout de ligne, cela conduit donc à

$$\bar{v}(s) = \bar{Z}_u \cdot \left[\frac{\bar{v}'(s)}{\bar{Z}_c} - \frac{\bar{v}''(s)}{\bar{Z}_c} \right]$$

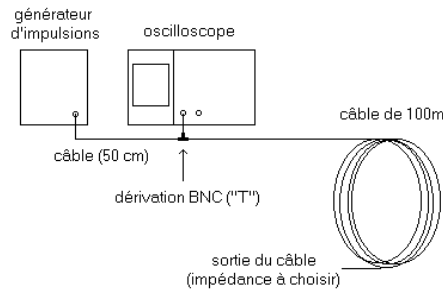
On en déduit que

$$\frac{\bar{v}''}{\bar{v}'} = \frac{\bar{Z}_u - \bar{Z}_c}{\bar{Z}_u + \bar{Z}_c}$$

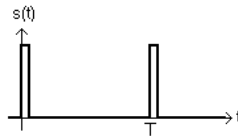
- Si on place l'impédance caractéristique en sortie, \bar{v}'' est nulle, donc pas d'onde réfléchie (la ligne se comporte bien comme une ligne infinie).
- Si on laisse la sortie ouverte (impédance infinie), alors l'onde réfléchie est identique à l'onde incidente (même signe et même amplitude).
- Si on court-circuite la sortie, alors $\bar{v}'' = -\bar{v}'$. L'onde réfléchie est donc opposée à l'onde incidente (identique sauf en ce qui concerne le signe).

Manip : (un seul poste)

Nous allons essayer de retrouver certaines caractéristiques des lignes coaxiales. Dans un premier temps, l'extrémité du câble sera laissée ouverte (impédance infinie). On envoie des impulsions en entrée du câble et on observe le signal reçu sur un oscilloscope placé de la façon suivante



Le générateur d'impulsion génère des signaux de forme suivante



- Quelle distance va parcourir l'onde réfléchi par rapport à l'onde qui arrive directement à l'oscilloscope ? Comment choisir la forme et la période des impulsions pour que l'on puisse séparer ces dernières des signaux réfléchis ? (supposer que la vitesse de propagation est du même ordre de grandeur que la vitesse de la lumière et en déduire l'ordre de grandeur de la durée nécessaire pour que le signal réfléchi revienne à l'oscilloscope). En déduire les caractéristiques (largeur, période) des impulsions à envoyer.
- On laisse la sortie du câble « en l'air » (impédance infinie). A partir de la réponse obtenue à l'oscilloscope, déduire la vitesse de propagation dans le câble coaxial. Quelle est la valeur de la permittivité du diélectrique utilisé dans le câble ? Utilisez cette valeur pour calculer un encadrement de A_u et Γ_u . A quoi faut-il faire attention concernant la synchronisation ?
- Comment interpréter la forme du signal réfléchi (atténuation et modification du poids relatif des différents harmoniques du spectre) ?
- On applique des embouts de différentes impédances en sortie du câble. On prendra notamment une impédance quasi nulle, une impédance de 50Ω , une impédance quasi infinie et des valeurs intermédiaires. Commenter l'allure des signaux réfléchis. Quelle est la valeur de l'impédance caractéristique d'une ligne coaxiale (à retenir) ?

rq : on rappelle que la célérité de la lumière dans le vide est fixée par convention et vaut environ $2,998.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

Exercices

Avant la séance de TP suivante, vous rédigerez les réponses aux questions suivantes dans votre cahier de TP.

Question 02-A : Expliquer le principe de la synchronisation ainsi que ses limites sur un oscilloscope analogique. Expliquer ce qui change quand on passe sur un appareil numérique.

Question 02-B : On observe à l'oscilloscope un signal continu puis un signal périodique en créneau à 0.1Hz. Que faut-il faire pour observer ces deux signaux correctement?

Question 02-C : On observe à l'oscilloscope un signal sinusoïdal d'environ 2V d'amplitude crête à crête, non bruité. Cet oscilloscope code la tension sur 8 bits et représente le signal sur 8 carreaux en amplitude.

Quand on cherche à mesurer la valeur crête à crête, quelle est l'erreur systématique sur le résultat final pour les échelles suivantes ? 500 mV/carreau ; 1 V/carreau ; 2 V/carreau ; 5 V/carreau ?

Question 02-D : Un oscilloscope a une capacité mémoire maximale de 4 Mpts sur une voie. La fréquence d'échantillonnage maximale, à l'acquisition est de 4GSa/s. Le signal est observé sur 10 carreaux en temporel. Pour les valeurs de base de temps suivantes, donnez la durée d'observation, le nombre de points en mémoire pour représenter le signal et la fréquence d'échantillonnage : 10s/carreau, 100ms/carreau, 1ms/carreau, 100 μ s/carreau, 1 μ s/carreau, 10ns/carreau

Question 02-E : On cherche à mesurer la vitesse de propagation d'une information dans un câble coaxial. On envoie une impulsion dans le câble de 10m dont l'extrémité est en court-circuit. Entre le générateur et le câble, on place un oscilloscope. Donnez des caractéristiques de l'impulsion (période, largeur) permettant de mener à bien cette expérience en justifiant quantitativement avec des ordres de grandeur réalistes.

Version octobre 2023

TP d'analyse spectrale

Ce TP porte sur l'analyse spectrale FFT à travers les possibilités offertes par les oscilloscopes numériques (analyse sur qq 1000 points) ou à travers une acquisition sur toute la mémoire de l'oscilloscope (jusqu'à qq Mpts) suivie d'une analyse FFT sous Igor pour la caractérisation des systèmes linéaires.

I. La transformée de Fourier sur l'oscilloscope numérique :

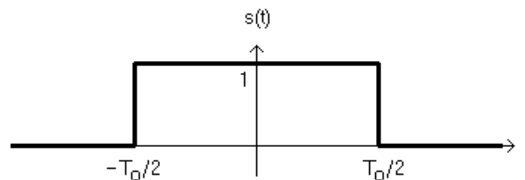
Les oscilloscopes numériques disposent en mémoire des points qui décrivent les tensions observées. Il est alors assez simple de faire des opérations mathématiques sur ces courbes, en traitant les échantillons. On dispose couramment de la somme et de la différence des deux voies, de leur produit. On peut obtenir la dérivée, une primitive, la racine carrée ou l'analyse du spectre par F.F.T. (transformée de Fourier rapide = « Fast Fourier Transform »). Dans cette partie, nous allons plus particulièrement nous intéresser à l'obtention, par F.F.T. du spectre d'amplitude. Il s'agit d'une transformée de Fourier, réalisée à travers un algorithme qui permet de rendre le calcul plus rapide. Pour ça, l'idéal est de travailler à partir d'un nombre de points qui est une puissance de 2. C'est particulièrement utile quand le nombre de points est grand (qq Mpts)

I.1. Rappel sur la transformée de Fourier d'un signal continu

Si on considère une fonction $s(t)$, sa transformée de Fourier $S(f)$ est définie de la façon suivante :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-2j\pi \cdot f \cdot t} \cdot dt$$

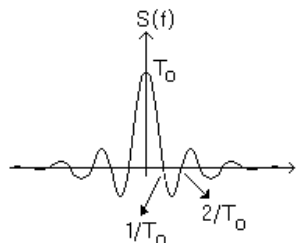
Considérons par exemple le cas d'un signal temporel d'allure suivante :



Si on calcule sa transformée de Fourier, on trouve que

$$S(f) = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} e^{-2j\pi \cdot f \cdot t} \cdot dt = \left[\frac{e^{-2j\pi \cdot f \cdot t}}{-2j\pi \cdot f} \right]_{-T_0/2}^{T_0/2} = \frac{\sin(\pi \cdot f \cdot T_0)}{\pi \cdot f \cdot T_0} = T_0 \cdot \text{sin}_c(\pi \cdot f \cdot T_0)$$

Soit graphiquement



On constate que ce spectre est continu (contrairement aux cas d'un signal périodique) et qu'il prend des valeurs non nulles pour les fréquences négatives.

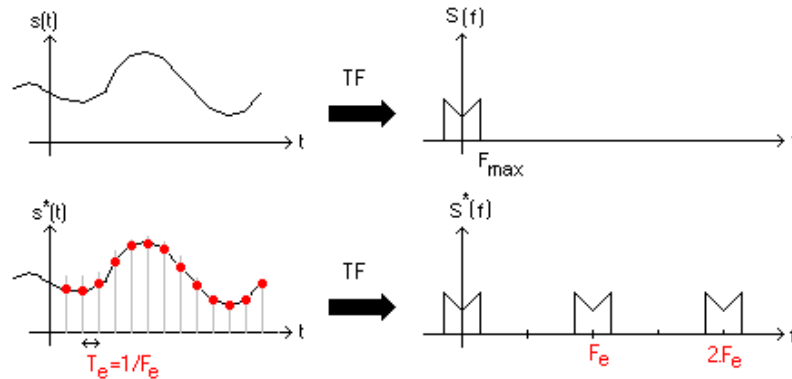
I.2. Etapes nécessaires pour réaliser une transformée de Fourier numérique

Lorsque l'oscilloscope numérique traite un signal, il ne peut utiliser qu'un nombre limité d'échantillons de ce dernier (une mémoire ne dispose que d'une capacité finie). Pour cela on échantillonne à intervalles de temps

réguliers (fréquence d'échantillonnage f_e) et sur une durée limitée T_0 (troncation). On va voir que ces deux opérations vont modifier de façon notable le spectre obtenu, par rapport à celui que l'on attend. Nous allons commencer par présenter chaque opération individuellement, puis nous verrons ce qui se passe quand on effectue simultanément échantillonnage et troncation.

1.2.1 L'échantillonnage :

Considérons un signal analogique $s(t)$ dont le spectre est $S(f)$ et le même signal, échantillonné à la fréquence d'échantillonnage F_e , $s^*(t)$ dont le spectre est $S^*(f)$. Les formes des spectres sont alors les suivantes :



On constate que si $F_e > 2F_{\max}$ ($F_e - F_{\max} > F_{\max}$), il suffira de travailler avec une fenêtre d'observation assez restreinte (comprise entre F_{\max} et $F_e - F_{\max}$) et le spectre observé sera le même avec et sans échantillonnage.

En revanche, si $F_e < 2F_{\max}$, on constate que les différents éléments se chevauchent ce qui interdit de pouvoir récupérer une image correcte du spectre... On parle de **repliement de spectre**.

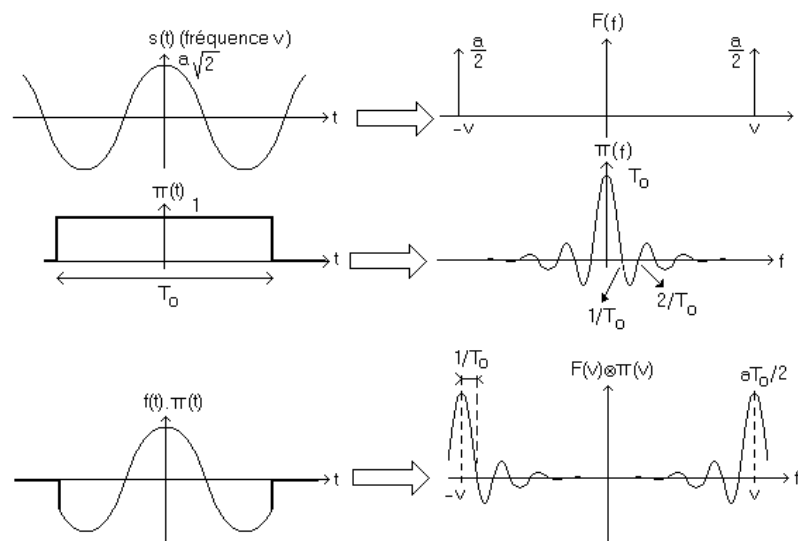
Pour pouvoir s'affranchir du problème de repliement, il faut donc que $F_e > 2F_{\max}$, c'est le théorème de **Shannon**.

Remarque : bon nombre de signaux périodiques ont un spectre non borné (triangles, créneaux...). Dans ce cas il y aura toujours repliement, mais essentiellement pour les harmoniques de rang élevé (qui sont souvent noyés dans le bruit). En pratique, la limite supérieure du spectre peut par exemple correspondre aux fréquences au-delà desquelles on ne peut plus distinguer le spectre du signal étudié du bruit... Il faut noter que le bruit vu dans la bande passante de l'appareil va aussi se replier.

1.2.2. La troncation (ou troncature):

On ne peut pas visualiser un signal sur une durée infinie. Il est donc nécessaire de se limiter à une plage d'observation T_0 . Cette opération est appelée troncation. Nous allons voir qu'elle a des effets sur les spectres observés.

Si on travaille avec une sinusoïde (ou une raie quelconque d'un spectre), le fait de tronquer le signal temporel $s(t)$ de départ va transformer la raie initiale en un sinus cardinal. On pourra toujours déduire l'amplitude des raies du sinus cardinal, mais la résolution en fréquence est bien entendu altérée. On constate que plus la fenêtre de troncation sera large plus la raie centrale sera fine.



Remarque : sur la figure précédente, l'échelle en amplitude est linéaire. Nous verrons que l'appareil que nous allons utiliser donne, en amplitude, une échelle logarithmique.

1.2.3. Utilisation du module de F.F.T.

- *Choix de la base de temps* :

Sur un oscilloscope le nombre de points acquis temporellement en vue de la FFT est une constante quelle que soit la base de temps (1000 pour les oscilloscopes Agilent DSO5012A, DSO6012A et HP546xx, 2048 pour les TDS210..., 62500 sur les Agilent ou Keysight DSO3014X ou DSOX1012G). Nous noterons ce nombre N_{FFT} . Le signal est observé sur une durée T_o fixée avec le bouton de base de temps. L'échantillonnage est réalisé à la fréquence $F_{eFFT} = 1/T_{eFFT}$. Ces trois paramètres sont liés :

$$N_{FFT} = \frac{T_o}{T_{eFFT}} = T_o \cdot F_{eFFT}$$

Ainsi, dans la mesure où l'on dispose d'un bouton de base de temps, puisque N_{FFT} est fixé, il n'y a pas de réglage de la fréquence d'échantillonnage. Ce paramètre est fixé implicitement par à partir de la base de temps choisie.

Le nombre de points utilisés pour la FFT est le résultat d'un sous-échantillonnage par rapport à l'acquisition des données sur l'appareil (N_{acq}) afin de réduire la durée d'analyse T_o pour une fréquence d'échantillonnage F_{eFFT} donnée. Moins le nombre de points utilisés pour le calcul de FFT est élevé plus la durée d'analyse est courte à fréquence d'échantillonnage fixée, ce qui permet un rafraîchissement du spectre à l'écran qui est assez rapide en général (plus d'un spectre calculé par seconde).

Par ailleurs, le spectre est calculé avec $N_{FFT}/2+1$ points sur une plage de fréquence allant de 0 à $F_{eFFT}/2$. Le pas de calcul en fréquence ΔF (écart de fréquence entre deux points successifs du spectre) est donc tel que

$$\Delta F = \frac{F_{eFFT}/2}{N_{FFT}/2} = \frac{1}{T_o}$$

Pour respecter le critère de Shannon, il faut que $F_{eFFT} > 2F_{max}$, ce qui signifie qu'il est nécessaire d'avoir une durée d'observation T_o assez faible.

Pour obtenir un spectre avec suffisamment de points dans la zone à étudier, c'est-à-dire avec un pas de calcul en fréquence ΔF assez faible, il faut au contraire une faible fréquence d'échantillonnage et donc une durée d'observation T_o assez importante.

On constate que les deux impératifs précédents s'opposent. Pour observer un spectre convenable, il va donc falloir faire un compromis entre le respect du critère de Shannon et la qualité de la résolution du calcul spectral. Ce compromis n'est pas toujours possible.

- *L'échelle en dB* :

L'échelle de la réponse en amplitude est en dB. La valeur en dB (notée LdB) est reliée à la valeur efficace recherchée par la relation suivante :

$$LdB = 20 \cdot \log(V_{eff}/V_0) \quad \text{où } V_0 \text{ vaut 1 Volt efficace}$$

Pour estimer précisément la hauteur d'une raie, nous verrons qu'il est intéressant de dilater les échelles (zoom en fréquence et en amplitude), de choisir une fenêtre de pondération adaptée, et de travailler avec les deux curseurs d'amplitude ce qui nous donnera un encadrement de la valeur obtenue...

L'intérêt de l'échelle log en amplitude, c'est de mieux représenter les harmoniques de poids faible qui seraient difficiles à distinguer du zéro en échelle linéaire...

A titre indicatif, si on représente deux grandeurs à l'écran l'une étant 100 fois plus grande que l'autre, en échelle linéaire, si la plus grande est représentée pleine échelle sur 256 niveaux (numérisation sur 8 bits), la plus faible ne sera représentée que sur 2 niveaux, alors qu'en échelle log, on aura seulement perdu 40 dB.

Si le rapport avait été 1000, en échelle linéaire, il n'y avait plus de niveau de représentation alors qu'en échelle log, on aurait perdu 60 dB.

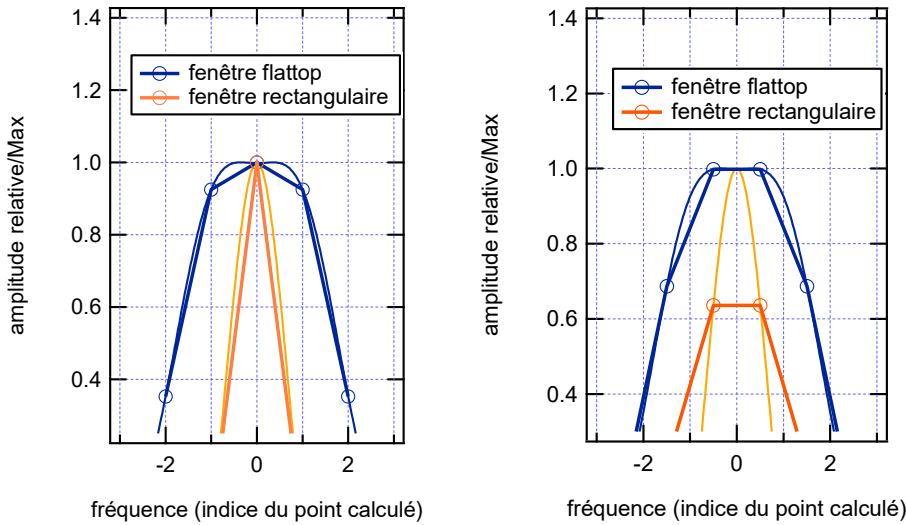
- *Choix des fenêtres de troncation (Cf annexe)*

Dans la pratique, on n'utilise les fenêtres rectangulaires que pour étudier le spectre de phénomènes transitoires. Dans le cas de signaux périodiques, on va plutôt chercher des fenêtres à bords moins abrupts ce qui va avoir des conséquences sur l'allure des raies obtenues.

Pour avoir une bonne précision en amplitude, on utilisera de préférence les fenêtres « flattop » car elles conduisent à des raies à sommet plat au voisinage du maximum, ce qui permet d'obtenir un repérage plus fiable de sa valeur.

Pour avoir une bonne résolution en fréquence (possibilité de séparer deux raies proches), on préférera les fenêtres de type « hanning » qui conduisent à des raies un peu plus fines, ou même plutôt rectangulaires...

Pour illustrer ces problèmes du choix des fenêtres, on peut s'inspirer des deux figures suivantes, sur lesquelles on présente simultanément, en échelle linéaire une fenêtre de type flattop et une fenêtre rectangulaire. Sur la figure de gauche, on a la chance de calculer un point exactement à la fréquence du pic. Sur celle de gauche, on calcule un point un peu avant et un peu après, mais pas exactement à la fréquence du pic.



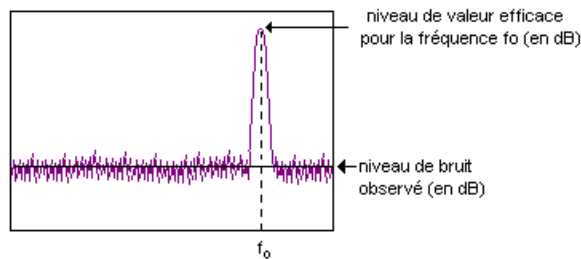
Sur la seconde, on voit que l'amplitude du sommet est correctement représentée avec la fenêtre flattop, mais qu'elle est fortement faussée avec la fenêtre rectangulaire. Statistiquement, on se retrouvera entre les deux situations extrêmes présentées, ce qui signifie qu'avec une fenêtre rectangulaire, l'erreur systématique de sous estimation de l'amplitude du pic peut être assez importante

1.2.4. Travail expérimental :

- On utilise un GBF pour obtenir une sinusoïde $s(t)$ de fréquence f_s (période T_s) voisine de 100 kHz et de valeur efficace S de l'ordre de 1V. On note

$$s(t) = S \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t)$$

- On observe cette courbe à l'oscilloscope en prenant une base de temps permettant d'observer un peu plus d'une période (fenêtre d'observation T_0 légèrement supérieure à T_s). Faire une mesure de la valeur RMS la plus juste et la plus précise possible (bonne échelle en temps, en amplitude et moyennage... on justifiera ces choix). On veillera à conserver l'amplitude de ce signal par la suite. Pensez à repasser en mode d'acquisition (« Acquire ») « Normal » afin de calculer la FFT sans qu'un traitement ne soit effectué sur le signal à analyser.
- On fait apparaître la FFT de cette fonction à l'écran après avoir supprimé le moyennage (mode d'acquisition « Normal »). On constate que l'échelle de fréquence dans le spectre n'est pas adaptée. Cela est lié à la troncation sur une plage T_0 , dans la mesure où l'écart de fréquence entre deux points du spectre sera de $1/T_0$. Le nombre de points N dans le spectre étant donné, plus la fenêtre T_0 sera étroite plus le spectre sera calculé sur une plage large de fréquence (N/T_0). Cependant l'écart en fréquence entre deux points successifs du spectre étant grand, on risque de rater des pics si ceux-ci se situent entre les points!
- On règle le bouton de base de temps afin de se ramener à une échelle de fréquence permettant de visualiser le pic au voisinage de 100 kHz au milieu de l'écran (choisir une plage d'analyse proche de 156 kHz environ soit une fréquence d'échantillonnage de 312kHz). On observe un pic d'amplitude finie et de largeur donnée et non un Dirac...ce qui est, là encore, dû à la troncation. On choisira pour commencer une fenêtre rectangulaire



Le niveau bas du spectre correspond au niveau de bruit détecté qui provient à la fois du signal traité et de l'appareil lui-même (le seul fait de numériser un signal revient à introduire du bruit...). Sa valeur n'est

pas directement exploitable en terme de valeur efficace. En effet, pour un bruit, la grandeur pertinente est la densité spectrale de puissance et il faut renormaliser le spectre FFT pour l'obtenir (le coefficient de renormalisation dépend notamment de la forme de la fenêtre de troncation choisie).

Une fois que l'on a un spectre satisfaisant, si on veut zoomer sur un pic, on ne touche plus au bouton de base de temps, sinon, le spectre sera recalculé avec d'autres paramètres qui ne seront pas forcément corrects. Avant d'aller plus loin, faites « preset » pour être certain que vous travaillez sur un spectre représenté pleine échelle.

- Zoomer sur le zone du pic : on doit jouer sur « center frequency » pour ramener le pic étudié au centre de l'écran puis modifier le « span » avec le bouton de zoom et surtout pas en modifiant la base de temps. Puis on adapte l'échelle en amplitude, en jouant sur « offset » qui représente le niveau en dB du centre de l'écran puis sur le nombre de dB par carreau.
- Pour chaque fenêtre de troncation (Hanning, flattop, rectangulaire, Blackman-Harris...), observer, avec persistance de la trace (dans « Display »), ce que l'on observe au voisinage du sommet du pic quand on fait varier la fréquence de la sinusoïde par pas faible devant $1/T_0$. On suppose que le rapport signal/Bruit est assez favorable pour que le bruit n'ait pas incidence sur le résultat. Noter le point le plus haut et le point le plus bas correspondant au maximum (en V_{RMS}) ainsi que l'écart en dB entre ces deux points. Vous noterez ces valeurs dans un tableau. Comment interpréter cette figure ? On constate que les fenêtres de Hanning et rectangulaire donne un pic plus fin ce qui est bon pour séparer deux fréquences proches, mais peu précis pour repérer le niveau du sommet du pic. La fenêtre flattop donne en revanche un pic plus large et plus bombé au sommet, ce qui permet de mieux repérer le niveau de ce dernier, mais rend difficile la séparation de deux raies proches. En pratique, on notera l'erreur systématique maximale que l'on est susceptible d'avoir quand on mesure l'amplitude d'un pic en FFT, avec chaque fenêtre de troncation disponible.
- On affiche à nouveau tout le spectre calculé, ce qui revient à supprimer tous les effets de zoom. On utilise pour ça la touche « Auto Setup ». On va alors s'intéresser à un phénomène lié à l'échantillonnage, le repliement de spectre. On se place à 15.6 kHz par carreau (plage de 156kHz). On augmente progressivement la fréquence jusqu'à ce que le pic sorte à droite de l'écran. On continue à augmenter la fréquence et on constate qu'un pic apparaît dans l'écran et se déplace vers la gauche lorsque l'on augmente la fréquence ! On rappelle que pour ne pas observer de repliement, il faut échantillonner à une fréquence f_e supérieure à $2F_{max}$, si F_{max} représente la fréquence maximale dans le spectre du signal étudié. Il se trouve que la fréquence d'échantillonnage de l'appareil (indiquée en kSa/s = kilosamples/seconde) est automatiquement fixée par l'appareil lorsque l'on règle le bouton base de temps afin d'avoir une échelle de fréquence adaptée. Cette fréquence d'échantillonnage est justement le double de la largeur de la plage observée (une échelle 15.6kHz par carreau pour 10 carreaux donne une plage de 156kHz et donc une fréquence d'échantillonnage de 312 kS/s). Ainsi, on observe du repliement dès que la fréquence de la sinusoïde atteint 156 kHz.
- On va appliquer tout ce que l'on vient de voir à un signal plus complexe mais connu précisément, le signal triangulaire. On prendra, pour commencer, un triangle symétrique, de fréquence 100kHz et d'amplitude maximale 5V. En FFT donner un encadrement de l'amplitude de l'harmonique 1, 3, 5, 7 et 9 si possible. Tracer l'évolution de H_1/H_n en fonction de n^2 . Le résultat correspond-il à ce qui est attendu ? Que se passe-t-il quand on augmente la fréquence ? Pourquoi le repliement se fait-il sentir plus tôt qu'avec la sinusoïde?
- Lorsque les signaux périodiques présentent une symétrie par rapport à la demi-période, ils ne présentent que des harmoniques impairs. Si on dissymétrise le signal, on voit apparaître des harmoniques pairs. Pour une dissymétrie marquée, donner un encadrement du second harmonique du signal observé.
- Observer le spectre en amplitude d'un signal en créneaux. Pourquoi le spectre de ce signal est-il plus difficile à exploiter que celui d'une sinusoïde ou même celui d'un triangle ? Distinguer les raies effectives du signal des raies liées à l'échantillonnage... Pourquoi a-t-on pu éviter ce problème avec la sinusoïde ou le triangle?

Remarque : si on s'intéresse uniquement à l'amplitude d'harmoniques de rang faible, on peut choisir de ne conserver que ces derniers et d'éliminer les suivants par filtrage. On parle alors de filtre anti-repliement (on n'observe pas le spectre du signal qui nous intéresse, mais seulement celui d'un signal dont les premiers harmoniques ont les mêmes caractéristiques).

II. Application de la FFT pour relever la fonction de transfert d'un système linéaire.

Pour relever la fonction de transfert d'un système linéaire, on peut soit essayer de la déterminer directement par une étude consistant à appliquer successivement des sinusoïdes de fréquences différentes, soit appliquer en

entrée des signaux plus riches spectralement et à exploiter la réponse obtenue pour en déduire la fonction de transfert. On peut par exemple relever la réponse à une impulsion du système et en déduire sa fonction de transfert en calculant la transformée de Fourier de cette réponse. Dans le premier paragraphe, nous allons présenter cette méthode. Dans le paragraphe suivant, l'étude directe en fréquence est rappelée pour information.

II.1. Présentation de la méthode

II.1.1. Principe.

On considère un système linéaire présentant une entrée $e(t)$ et une sortie $s(t)$. Si on représente le système en échelle fréquentielle, on se retrouve dans la configuration suivante :

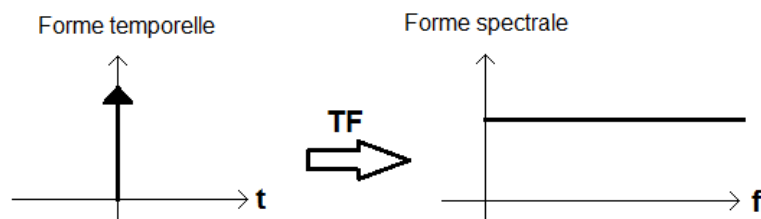


En entrée, le signal est impulsionnel, de la forme $e(t) = A \cdot \delta(t)$. Sa transformée de Fourier est $E(f) = A$. La fonction de transfert du système linéaire est $F(f)$. Alors, en sortie de ce dernier, on récupère un signal $s(t)$ dont la transformée de Fourier est $S(f) = A \cdot F(f)$. Le spectre du signal de sortie correspond donc, un à facteur multiplicatif réel près, à la fonction de transfert du système linéaire.

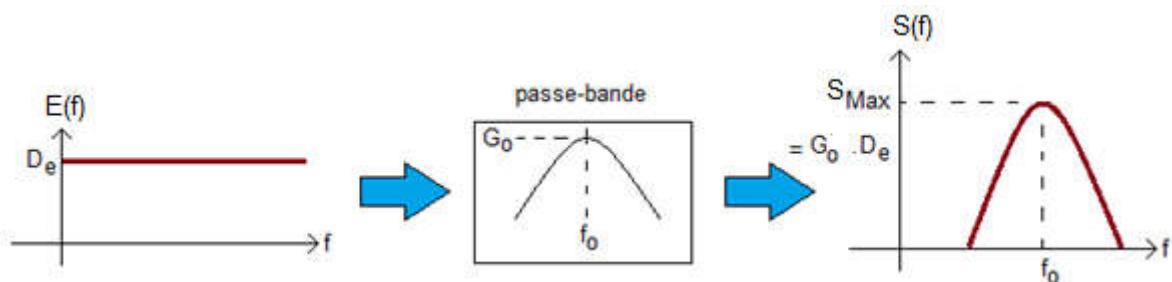
En pratique, on ne réalise pas exactement une impulsion de Dirac. Pour limiter les effets liés à la forme de l'impulsion, on calculera, quand c'est possible, la fonction de transfert en faisant le rapport entre la transformée de Fourier de la sortie et la transformée de Fourier de l'entrée.

II.1.2. Mise en place du système d'analyse avec la macro Igor (utile en électronique).

L'intérêt d'une impulsion de Dirac, c'est qu'elle envoie autant d'énergie sur toutes les fréquences de 0 à l'infini. On peut ainsi, en un seul essai, connaître le comportement du système, quelle que soit la fréquence de sollicitation.



Dans le cas particulier où on caractérise un filtre passe bande de gain G_0 et de fréquence centrale f_0 , on peut résumer le problème de la façon suivante :

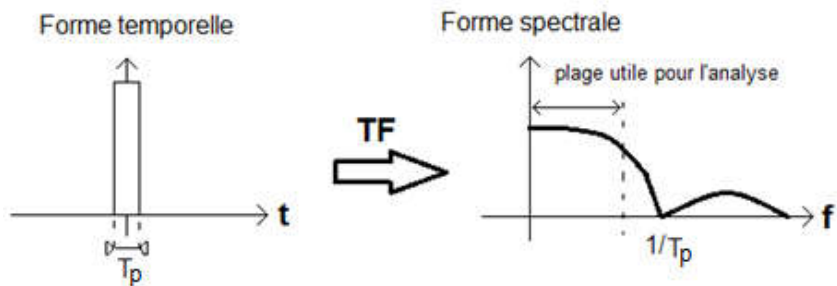


Malheureusement, on ne sait pas réaliser un Dirac. On peut seulement approcher sa forme en réalisant un signal rectangulaire d'amplitude la plus grande possible et de durée la plus faible possible, devant les temps caractéristiques du système étudié. Ce type de signal permettra de simuler une impulsion jusqu'à une fréquence qui sera d'autant plus grande que l'impulsion sera courte.

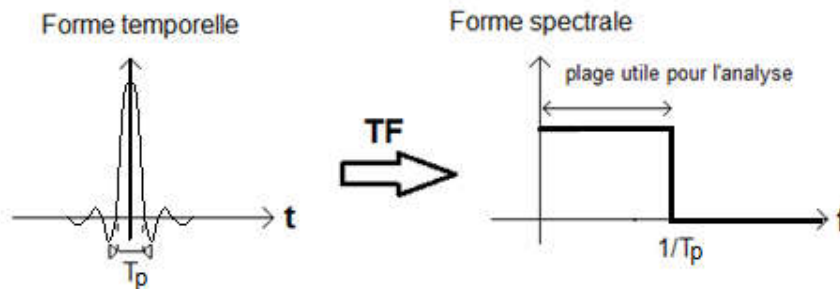
- *Choix des caractéristiques de l'impulsion :*

- *Largeur de l'impulsion :*

Dans le cas où l'impulsion est rectangulaire, de durée T_p , la transformée de Fourier conduit à un sinus cardinal dont la première annulation surviendra à $1/T_p$ (Cf propriétés du Sinc). On enverra donc l'essentiel de la puissance du signal sur une plage de fréquence légèrement inférieure à $1/T_p$. La largeur de la plage sur laquelle on est susceptible de récupérer la fonction de transfert avec un niveau de signal suffisant est donc directement liée à la largeur de l'impulsion. Des impulsions courtes conduisent à des plages plus élevées, mais aussi à des niveaux de signaux moindres ce qui peut conduire à des fonctions de transfert de mauvaise qualité.



On peut choisir plutôt une impulsion en sinus cardinal de largeur T_p dont la transformée de Fourier est constante jusqu'à $1/T_p$ et de puissance très faible au-delà. Il s'agit donc de l'équivalent d'une impulsion de Dirac sur une plage limitée en fréquence.



- Période de répétition et durée de l'impulsion :

Par ailleurs, le signal impulsionnel présente une période de répétition T . Il faudra acquérir la réponse impulsionnelle sur une fraction de T . On notera T_d cette durée. T_d fixera directement le pas de calcul en fréquence de la FFT à $1/T_d$ (Cf généralités sur la FFT). Ainsi, en analysant sur une plage dont la largeur est de l'ordre de $1/T_p$, sachant que l'on calculera le spectre avec des points pris tous les $1/T_d$. Le nombre de points pour représenter la fonction de transfert sera donc de l'ordre de $N_{FFT} = T_d/T_p$ (en fait un peu moins, car l'analyse ne sera conservée, avec la macro sous Igor, que sur 80% de $1/T_p$ avec l'impulsion rectangulaire et 98% de $1/T_p$ avec l'impulsion en sinus cardinal, pour éviter d'avoir des signaux trop bruités)

• *Choix de la fenêtre de troncation pour le calcul de la FFT :*

Pour pouvoir obtenir un spectre de phase correct, on a choisi de placer l'impulsion à gauche de l'écran et d'enregistrer dans ces conditions. La réponse du système va alors présenter l'essentiel de sa puissance sur le bord gauche de la fenêtre d'acquisition. Il faut donc impérativement utiliser une fenêtre rectangulaire, sinon, avec les autres fenêtres dont les bords partent de zéro ou de valeurs proches de zéro pour monter très progressivement, on va pratiquement annuler la réponse après fenêtrage, ce qui conduira à un résultat inexploitable.

Remarque : il est possible de choisir une impulsion dont la forme est un sinus cardinal (première annulation à T_p). L'intérêt est que le spectre d'un sinus cardinal est un rectangle, ce qui permettra d'envoyer une puissance équivalente sur toutes les fréquences, sur une plage allant de 0 à $1/T_p$. Si on fait le rapport entre le spectre de la sortie et le spectre de l'entrée du système, on aura un résultat équivalent au cas précédent. Cette option n'est possible qu'avec des impulsions obtenues avec des générateurs 33220A. Elle n'est pas opérationnelle sur les générateurs numériques intégrés aux oscilloscopes DSOX3014A qui ne permettent pas de paramétrer les sinus cardinaux correctement.

II.2. Application à l'obtention de la fonction de transfert d'un diapason.

Dans cette partie, l'impulsion est donnée au moyen d'un petit marteau. On n'aura pas la possibilité d'en récupérer les caractéristiques. Pour que l'expérience fonctionne, on vérifiera simplement que le temps du coup de marteau est suffisamment court devant la durée de relaxation du système.

II.2.1. Quelques précisions sur le principe de l'expérience.

Nous allons commencer par calculer l'ordre de grandeur du nombre de points qu'il faudra acquérir pour obtenir un résultat convenable, ainsi que sur la durée d'analyse à utiliser suivant le facteur de qualité. Suivant le nombre de points disponibles sur le système d'acquisition, nous verrons quelle stratégie choisir.

• *Relations importante dans l'analyse FFT :*

On fait l'acquisition d'un signal pendant une durée T_o , à la fréquence d'échantillonnage F_{acq} ce qui nous permet de récupérer N_{acq} points. Avec l'oscilloscope, N_{acq} est imposé (il varie néanmoins avec la base de temps si on

interroge toute la profondeur mémoire de l'appareil sur les appareils dont la profondeur est de quelques centaines de milliers de points). On règle T_o ce qui fixe implicitement F_{caeq} . On a évidemment

$$N_{\text{acq}} = T_o \cdot F_{\text{caeq}}$$

La transformée de Fourier est calculée sur $N_{\text{acq}}/2$ points sur une plage de calcul allant de 0 à $F_{\text{caeq}}/2$. Le pas de calcul en fréquence est donc $\Delta F = (F_{\text{caeq}}/2)/(N_{\text{acq}}/2) = F_{\text{caeq}}/N_{\text{acq}} = 1/T_o$ soit

$$\Delta F = 1/T_o.$$

• *Caractéristiques du diapason et choix des paramètres de la FFT :*

Le diapason est un filtre passe bande. On supposera que sa fréquence centrale vaut f_c et que son facteur de qualité vaut Q .

Pour que la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle qui donne la fonction de transfert soit satisfaisante, il faut calculer suffisamment de points dans la bande passante Δf du filtre qui vaut

$$\Delta f = f_c/Q$$

Pour que la transformée de Fourier nous convienne, il faut donc que

$$\Delta F \ll \Delta f \quad \text{ou encore} \quad 1/T_o \ll f_c/Q \quad (1)$$

Par ailleurs, il faut respecter le critère de Shannon, ce qui signifie que le spectre doit être calculé avec

$$F_{\text{caeq}}/2 > f_c \quad (2)$$

AN : Supposons que $f_c = 440 \text{ Hz}$; $Q = 5000$

(2) impose que $F_{\text{caeq}} > 2 \cdot 440 \text{ Hz} = 880 \text{ Hz}$. On s'imposera $F_{\text{caeq}} > 1000 \text{ Hz}$. Il faudra donc prendre assez de points dans les pseudo-périodes du signal observé.

(1) impose que $1/T_o \ll 440/5000$ ce qui signifie qu'il nous faut $1/T_o \ll 1/10$ environ. On prendra $T_o \gg 10 \text{ s}$. Cette relation signifie qu'il faudra observer le signal assez longtemps pour pouvoir juger correctement la décroissance de l'amplitude des pseudo-oscillations.

En regroupant les deux inégalités précédentes, on trouve que la FFT sera correcte à condition de disposer d'un nombre N de points tel que

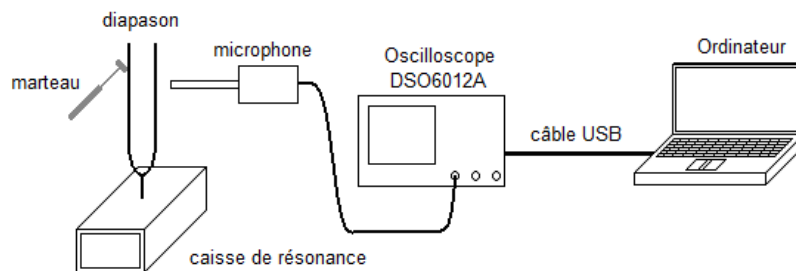
$$N_{\text{acq}} \gg 10000 \quad (3)$$

Pour obtenir directement le résultat par transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle, il faut donc disposer d'un oscilloscope avec une profondeur mémoire supérieur à ce que les appareils d'entrée de gamme fournissent (1000 points pour un HP54600, 2500 pour un TDS210, ...). On peut, par exemple utiliser des oscilloscopes DSO5012A (jusqu'à 1Mpts sur une voie), DSO6012A (avec l'extension 8M soit jusqu'à 8 Mpts sur une voie) ou DSOX1012G (500kpts sur une voie).

Dans le cas où la profondeur mémoire des oscilloscopes disponibles n'est pas suffisante, il va falloir réaliser un traitement analogique préalable à l'acquisition. Nous allons détailler cette technique dans le paragraphe suivant.

II.2.2. Travail expérimental.

On réalise le montage suivant :



On veillera à ajuster l'amplitude du coup de marteau sur la bras du diapason afin d'éviter de faire saturer la sortie de l'amplificateur associé au microphone. Les données sont numérisées par l'oscilloscope, transmises à un ordinateur via un câble USB et analysées sous Igor.

Avec un oscilloscope DSOX1012G, on fait l'acquisition de la réponse impulsionnelle du diapason observée avec le microphone. Pour ça, on choisira une durée de base de temps raisonnable (calculer l'ordre de grandeur avant).

• **Mesures :**

- Calculer le nombre de points nécessaires lors de l'acquisition du signal temporel pour que la TF de la réponse impulsionnelle soit calculée pour un nombre de points satisfaisant dans la plage de fréquence dans laquelle le diapason répond. Ceci étant fait, choisir la base de temps qui permet d'envisager d'obtenir un résultat interprétable, puis faire l'acquisition avec cette base de temps au moyen de la macro permettant de récupérer tous les points acquis. On travaillera en mode monocoup et on fera en sorte que

le début de la montée de la réponse soit le plus à gauche possible de l'écran. Noter le nombre de points récupéré. Est-ce suffisant ?

- *Faire l'acquisition avec la macro (« Acquisition/Connection USB/Oscilloscope en USB »). Sauver les données dans une Wave (qui sera sous « root/saved ») en donnant le nom RIDiap.*
- *Calculer la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle que l'on vient d'acquérir. Choisir une échelle de fréquence qui permet de bien visualiser la partie utile de la fonction de transfert du diapason. A partir de la réponse obtenue, en déduire un encadrement de la fréquence centrale et du facteur de qualité du diapason et de sa caisse de résonance.*

II.3. Utilisation de la macro sous Igor pour récupérer une fonction de transfert en électronique.

Nous allons maintenant utiliser cette technique dans un cadre plus classique, celui des fonctions de transfert en électronique. Pour cela, on utilisera la macro permettant de piloter le générateur 33220A pour lui faire générer les impulsions dont nous aurons besoin, et pour prendre en main la synchro de l'oscilloscope, pour que l'instant de déclenchement soit affiché là où on le souhaite.

On commence par lancer la macro permettant d'activer la liaison avec l'oscilloscope (« Acquisition/Connexion USB/Oscilloscope en USB ») puis on lance la macro permettant de prendre en main le générateur (« Acquisition/Connexion USB/Génération d'impulsion en USB »).

Le filtre étudié est un circuit RLC série avec une résistance variable dont la valeur peut fluctuer de quelques 10Ω à quelques $k\Omega$. L'inductance à noyau ferromagnétique vaut environ 50mH (pour qq Ω de résistance) et une capacité comprise entre 400nF et 1 μ F. La fréquence de coupure de ce filtre est voisine du kHz.

- *Choisir la largeur de l'impulsion pour récupérer une fonction de transfert dans les conditions optimales. Prendre la valeur maximale d'amplitude possible pour l'impulsion ? Pourquoi ce choix. Une forte amplitude peut-elle être gênante pour l'étude de certaines fonctions de transfert ?*
- *Choisir une durée d'acquisition et une période de répétition des impulsions identiques afin d'obtenir suffisamment de points sur la fonction de transfert.*
- *Observer la fonction de transfert en fonction de la valeur de la résistance variable, en faisant varier sa valeur de qq 10Ω à qq $k\Omega$.*

Version du 25/11/2022

Exercices

Avant la séance de TP suivante, vous rédigerez les réponses aux questions suivantes dans votre cahier de TP.

Question 03-A : On cherche à observer un signal sinusoïdal à 3 kHz. La FFT est calculée à l'oscilloscope avec 16000 points. Est-il préférable de prendre une échelle de temps de 20ms/carreau, 200ms/carreau ou 2s/carreau ? Justifiez quantitativement votre réponse.

Question 03-B : On cherche à mesurer l'amplitude du second harmonique d'un signal triangulaire symétrique de fréquence 1kHz. Le fondamental a une amplitude voisine de 0dB et le niveau de bruit est à -50dB. Quelle fréquence d'échantillonnage doit-on choisir pour éviter de voir ressortir des pics de repliement? Quel type de fenêtre de troncation choisir ?

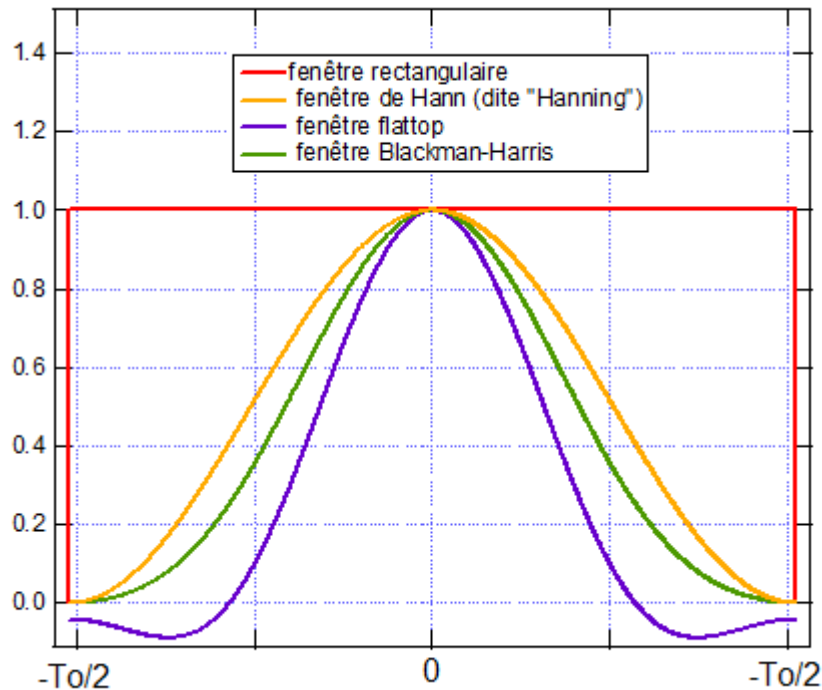
Question 03-C : On cherche à déterminer précisément, par analyse spectrale, la différence de fréquence entre deux diapasons oscillants simultanément autour de 440Hz mais sur deux fréquences écartées de 1Hz environ. L'oscilloscope travaille avec 10000 pts en FFT. Chaque pic a une largeur de 5 points environ. Peut-on trouver une base de temps permettant de résoudre ? Proposez une valeur. Même question avec deux diapasons écartés de 0,1Hz environ.

Question 03-D : On considère un diapason de facteur de qualité 5000, oscillant autour de 440Hz. Calculez un nombre de points raisonnable à acquérir pour être capable d'obtenir les caractéristiques de sa fonction de transfert.

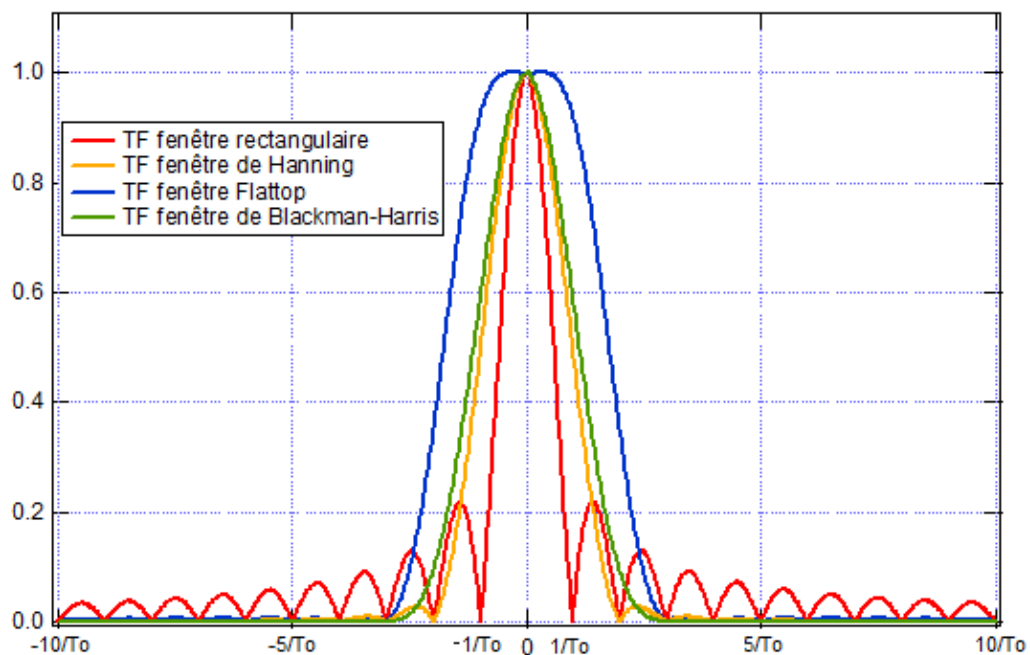
Question 03-E : On se propose d'étudier un filtre passe-bande avec une fréquence centrale de 10 kHz environ et une bande passante de 2 kHz. Pour ça, on choisit d'appliquer une impulsion en entrée, de récupérer la réponse de sortie et d'obtenir la fonction de transfert par le rapport des transformées de Fourier de la sortie et de l'entrée. Donnez les caractéristique d'impulsion (forme, amplitude, largeur) ainsi que les conditions d'acquisition (durée) que vous choisiriez pour cette expérience. Justifiez quantitativement vos choix.

Annexe : fenêtre de troncation pour la FFT

- Fenêtre rectangulaire :
si $|t| \leq T_0/2$, $\text{Rect}(t) = 1$ et si $|t| > T_0/2$, $\text{Rect}(t) = 0$
- Fenêtre de Hann (dite de Hanning) :
si $|t| \leq T_0/2$, $H(t) = 0,5 \cdot (1 + \cos(2\pi \cdot t / T_0))$ et si $|t| > T_0/2$, $H(t) = 0$
- Fenêtre de Blackman-Harris :
si $|t| \leq T_0/2$, $\text{BH}(t) = 0,42 - 0,5 \cdot \cos(2\pi \cdot t / T_0) + 0,08 \cdot \cos(4\pi \cdot t / T_0)$ et si $|t| > T_0/2$, $\text{BH}(t) = 0$
- Fenêtre Flatop :
si $|t| \leq T_0/2$, $F(t) = 0,281 + 0,521 \cdot \cos(2\pi \cdot t / T_0) + 0,198 \cdot \cos(4\pi \cdot t / T_0)$ et si $|t| > T_0/2$, $F(t) = 0$
- Les allures sont données sur la figure suivante :



La transformée de Fourier de ces fenêtres conduit aux spectres suivants :



Stabilité en fréquence d'un oscillateur à boucle de réaction : effet de l'amplificateur

• Rédaction du cours et travail expérimental associé :

Jean-Baptiste Desmoulins (P.R.A.G.)
mail : desmouli@physique.ens-cachan.fr

• Notions fondamentales abordées lors de cette séance :

- conservation du produit gain-bande passante dans un amplificateur à boucle de réaction.
- distorsion par slew rate d'un circuit amplificateur.
- structure d'un oscillateur à boucle de réaction.
- incidence de la sélectivité du filtre de la boucle de retour dans la stabilité en fréquence de l'oscillateur : origine de cette instabilité en fréquence.

• *Présentation* : Dans ce TP, nous allons commencer par nous intéresser aux propriétés dynamiques essentielles d'un circuit amplificateur à base d'amplificateur opérationnel. Nous utiliserons ensuite cet amplificateur pour réaliser un oscillateur à boucle de réaction dont nous testerons la stabilité en fréquence. L'objectif final sera de discuter des modifications à apporter à l'oscillateur afin de le rendre plus stable.

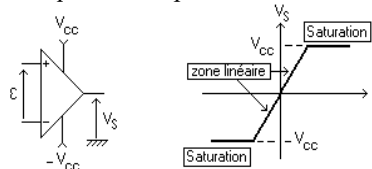
I. Limites dynamiques d'un circuit amplificateur à base d'amplificateur opérationnel : *exemple de l'amplificateur non inverseur.*

I. 1. Modélisation d'un amplificateur opérationnel :

Nous allons commencer par poser les modèles avec lesquels nous comptons expliquer les limites de fonctionnement des amplificateurs à base d'amplificateur opérationnel.

I.1.1. Représentation statique :

L'amplificateur opérationnel est un composant actif (il est réalisé à partir de transistors). Pour fonctionner, il doit donc être polarisé (entre $-V_{cc}$ et $+V_{cc}$ avec V_{cc} compris entre 8V et 20V pour le composant que nous allons étudier dans le TP. On prendra $V_{cc}=15V$). Suivant le montage réalisé, il peut fonctionner en amplificateur (il est alors polarisé en zone linéaire) ou en comparateur (dans ce cas, il va fonctionner en passant d'une zone de saturation à l'autre. Le schéma et la caractéristique statique du composant sont donnés sur la figure suivante :



Pour un signal variant en fonction du temps, la caractéristique sera modifiée dans la zone linéaire. Nous allons maintenant présenter ce problème.

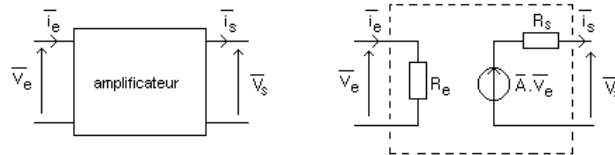
I.1.2. Représentation dynamique :

Nous allons adopter un modèle linéaire simple au premier ordre, suffisant pour tenir compte du caractère passe-bas du circuit amplificateur opérationnel. Par ailleurs, nous présenterons un effet dynamique non-linéaire susceptible de perturber le comportement des circuits à haute fréquence, le slew-rate. Nous négligerons, dans ce sujet les défauts statiques des composants (tensions et courants de décalage).

Remarque : l'amplificateur opérationnel peut fonctionner en comparateur lorsqu'on l'insère dans un circuit à rétroaction positive. Néanmoins, ce fonctionnement demande des commutations rapides entre deux niveaux de tensions (écart de 30V dans notre cas). Quand on a besoin d'un comparateur performant, on utilisera de préférence un composant explicitement appelé « comparateur » et non un amplificateur opérationnel... Dans ce document, ce type de fonctionnement ne sera pas exploré.

I.1.2.1. Représentation générale d'un amplificateur de tension.

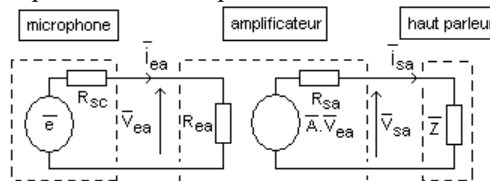
Pour tous les amplificateurs de tension (amplificateur opérationnel seul, ou amplificateur opérationnel intégré dans un circuit d'amplification comme l'amplificateur non inverseur), en régime sinusoïdal forcé, nous allons choisir une modélisation correspondant au schéma suivant :



R_e sera la résistance d'entrée, R_s la résistance de sortie et A le gain en tension (gain complexe).

Remarque : Par soucis de simplification, on a choisi de parler de résistance et non d'impédance en entrée en sortie des circuits. On supposera que les ordres de grandeur rendent cette simplification justifiée.

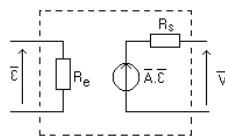
Remarque : En général, on aura intérêt à avoir une résistance d'entrée très forte pour que l'amplificateur appelle le moins de courant possible en sortie de l'étage qui précède (par exemple un capteur de type microphone). On cherchera également à faire en sorte qu'il ait une très faible résistance de sortie afin que le niveau de tension qu'il délivre ne soit pas affecté par le courant appelé par le dispositif de sortie (par exemple un haut-parleur ou un appareil de mesure). Pour comprendre ces problèmes, on peut se référer au schéma suivant représentant une chaîne d'amplification placée entre un microphone et un haut-parleur :



Pour que cette chaîne fonctionne, il faut que $R_{sc} \ll R_{ea}$ afin que la tension v_{ea} ressemble le plus possible à la tension e . Par ailleurs, il faut que R_{sa} soit la plus faible possible devant le module de Z ce qui permet d'avoir une tension v_{sa} la plus proche possible de la tension récupérée pour un amplificateur idéal (R_{sa} nulle). Il faut par ailleurs s'assurer que le courant appelé en sortie de l'amplificateur ne dépasse pas ses capacités afin d'éviter une distorsion sur le signal en sortie.

1.1.2.2. Caractéristiques linéaires du circuit amplificateur opérationnel.

Si on adopte le schéma précédent pour l'amplificateur opérationnel, on se retrouve dans la configuration suivante :



$\epsilon = V_+ - V_-$ est la tension différentielle d'entrée prise entre les entrées « + » et « - » du composant.

On va considérer que le gain en tension de l'amplificateur opérationnel correspond à un comportement de filtre passe-bas du premier ordre. Ce gain, appelé également gain en boucle ouverte, peut donc se mettre sous la forme suivante:

$$\bar{A} = \frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}$$

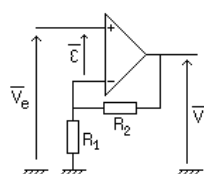
Dans ce TP, nous allons essentiellement étudier un composant particulier, le TL081. Il s'agit d'un amplificateur bon marché, destiné à l'amplification d'un signal audio, réalisé à partir de transistors MOS. Le procédé de fabrication conduit à une dispersion importante sur les valeurs de A_0 et f_0 . On peut néanmoins citer les ordres de grandeur suivants:

$$A_0 \approx 10^5 \text{ et } f_0 \approx 10\text{Hz}$$

La résistance d'entrée de cet amplificateur opérationnel est très grande (de l'ordre de $10^{12}\Omega$), ce qui fait que l'on peut considérer qu'il ne rentre aucun courant sur les entrées + et - de l'amplificateur opérationnel en régime dynamique. La résistance de sortie est faible (très inférieure à 1Ω).

1.1.2.3. Caractéristiques linéaires du circuit amplificateur non inverseur.

L'amplificateur non inverseur présente la structure suivante :



Si on suppose que l'amplificateur opérationnel présente une impédance d'entrée infinie et une impédance de sortie nulle, pour un gain en tension A tel que

$$\bar{A} = \frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}$$

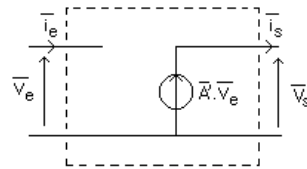
on peut écrire que

$$\bar{\varepsilon} = \bar{V}_+ - \bar{V}_- \quad ; \quad \bar{V}_+ = \bar{V}_e \quad ; \quad \bar{V}_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \bar{V}_s \quad ; \quad \bar{V}_s = \bar{A} \cdot \bar{\varepsilon}$$

On en déduit que

$$\frac{\bar{V}_s}{\bar{V}_e} = \frac{\bar{A}}{1 + \bar{A} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{\frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}}{1 + \frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{\frac{A_0}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0} \cdot \frac{A_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0}}} = \frac{A_0'}{1 + j \cdot \frac{f}{f_0'}} = \bar{A}'$$

L'amplificateur non inverseur, compte tenu des hypothèses faites, peut donc être représenté de la façon suivante :



Si on suppose que A_0 est très grand, on constate que le gain statique A_0' de ce montage est conforme au résultat trouvé usuellement quand on suppose que le gain est infini, à savoir

$$A_0' = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

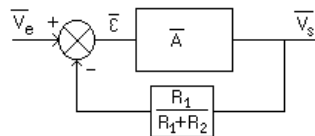
On constate également que le **produit gain-bande est constant** puisque

$$A_0' \cdot f_0' = A_0 \cdot f_0$$

Le produit gain bande en boucle ouverte est donc conservé lorsque l'on travaille en boucle fermée. Si on cherche à réaliser un montage non inverseur à **fort gain statique, la bande passante du montage sera faible**. Si on cherche, en revanche, une grande bande passante, on devra travailler avec des étages à faible gain.

Remarque : Pour l'amplificateur TL081, si on suppose $A_0 \cdot f_0 \approx 1$ MHz, pour faire de l'amplification audio (bande passante de l'ordre de 10 kHz), on devra se limiter à un gain voisin de 100 si on veut éviter de filtrer une partie du signal à amplifier.

Remarque : A partir des équations précédentes, on peut faire apparaître la rétroaction en construisant le schéma bloc suivant



C'est cette rétroaction qui impose une relation entre le gain et la bande passante.

1.1.2.4. Limite non linéaire : Le slew rate.

De par sa conception, l'amplificateur opérationnel ne peut pas fournir une tension de sortie dont la pente dépasse, en valeur absolue, une valeur limite σ , appelée "slew rate".

$$\sigma = \left(\frac{dV_s}{dt} \right)_{\max}$$

Cet effet non linéaire se manifeste, par exemple, lorsque l'on travaille avec des signaux de forte amplitude présentant des variations rapides. Dans le cas d'une sinusoïde d'amplitude S et de pulsation ω , la pente maximale vaut $S \cdot \omega$. Le phénomène apparaîtra donc à une fréquence d'autant plus basse que l'amplitude est élevée.

En pratique, si on met en œuvre un amplificateur, le slew rate donne l'ordre de grandeur de la plage d'amplitude et de tension à partir de laquelle les problèmes vont survenir. En revanche, pour juger la qualité d'un amplificateur en terme de linéarité, on doit, pour un signal sinusoïdal d'entrée, analyser la sortie en transformée de Fourier et vérifier que le taux de distorsion observé est conforme à ce que l'on attend.

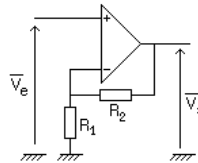
Pour le TL081, le slew rate est donné forcément supérieur à $8 \text{ V}/\mu\text{s}$. La valeur typique est voisine de $10 \text{ V}/\mu\text{s}$.

I.2. Travail expérimental sur l'amplificateur opérationnel.

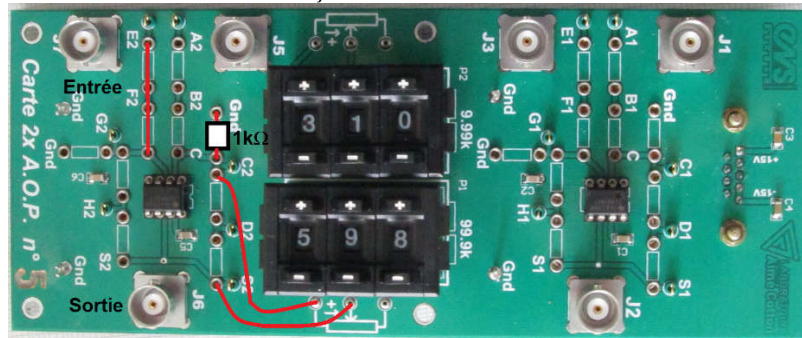
L'objectif de cette partie est de mettre en évidence et de quantifier les limites dynamiques du composant employé. On utilisera certaines des mesures faites pour expliquer certains problèmes rencontrés dans la partie suivante relative aux oscillateurs, dans laquelle le circuit amplificateur non inverseur sera utilisé.

I.2.1. Produit gain-bande du montage non inverseur.

Réaliser un montage suivant (non inverseur) pour quatre valeurs de gain différentes, voisines de 2, 11, 48 et 101. Pour obtenir les gains choisis, on choisira les couples de résistances (R_1, R_2) suivants: ($1\text{k}\Omega, 1\text{k}\Omega$) ; ($1\text{k}\Omega, 10\text{k}\Omega$) ; ($1\text{k}\Omega, 47\text{k}\Omega$) ; ($1\text{k}\Omega, 100\text{k}\Omega$). La valeur de la résistance R_2 pourra être obtenue avec le potentiomètre digital de $99,9\text{k}\Omega$ de la maquette amplificatrice.



La maquette fonctionnelle sera câblée de la façon suivante :



• **Mesures :**

Pour éviter que les problèmes de slew rate apparaissent à basse fréquence, on fera en sorte de limiter l'amplitude appliquée en entrée. On travaillera avec une amplitude crête d'entrée de 100 mV . Expliquez.

- Pour chaque circuit, **mesurez** le gain dans la bande passante ainsi que la fréquence de coupure à -3 dB en donnant à chaque fois un résultat sous forme d'encadrement. Lorsque vous notez la coupure à -3 dB , notez le déphasage entre l'entrée et la sortie pour la fréquence correspondant à cette atténuation. Avec le modèle choisi, quelle valeur doit-on obtenir en théorie ? Expliquez les écarts observés.

- Analyses automatiques : retrouvez ces résultats en utilisant les macros permettant d'obtenir des fonctions de transfert par transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle. Pour ça, réfléchissez bien à l'amplitude et à la largeur des impulsions ainsi qu'à la durée d'acquisition afin d'avoir une fonction de transfert correcte.

I.2.2. Mise en évidence du Slew rate :

Cette fois, on va chercher à faire apparaître le phénomène de slew rate à la fréquence la plus faible possible, afin d'éviter d'être simultanément confronté à des problèmes de bande passante.

• **Mesures :**

On travaille avec le circuit amplificateur non inverseur présentant un gain voisin de 2 et avec un signal de 5 V crête en entrée.

- Regardez à partir de quelle fréquence vous pouvez observer à l'œil une distorsion sur le signal de sortie.
- Mesurez la pente limite du signal de sortie correspondant à cette distorsion par l'observation temporelle du signal à cette fréquence.
- A partir de quelle fréquence ne peut-on plus observer de distorsion par observation en FFT ? Quelle technique d'observation est la plus sensible pour caractériser l'apparition d'une distorsion ?

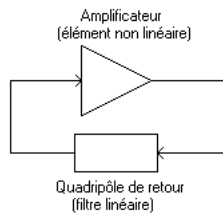
II. Réalisation d'un oscillateur à boucle de réaction : problème de sa stabilité en fréquence. Exemple d'un oscillateur à simple et comparaison avec un oscillateur à quartz

Après avoir présenté la structure d'un oscillateur à boucle de réaction à travers un exemple simple, construit à partir d'un amplificateur inverseur et d'un filtre passe-bande également inverseur dont on peut contrôler le facteur de qualité, nous allons réfléchir au problème de la stabilité en fréquence de cet oscillateur et chercher à comprendre ce qu'il faut faire pour rendre la fréquence obtenue la plus stable possible. Cette stabilité est fondamentale dans de nombreuses applications usuelles telle que la montre ou les horloges qui cadencent les appareils numériques. L'étude qui suit montrera qu'un oscillateur que nous allons réaliser présente peu d'intérêt pratique pour ce type d'application. On préférera un oscillateur à quartz dans ces cas-là.

II.1. Structure et fonctionnement d'un oscillateur à boucle de réaction.

II.1.1. Structure générale des oscillateurs à boucle de réaction.

La structure de ce type d'oscillateur est résumée sur le schéma suivant :



Il faut un élément amplificateur présentant une non linéarité dans la chaîne directe. Un élément sélectif dans la boucle de retour. Le rôle de la non-linéarité de l'élément amplificateur de la chaîne directe est de stabiliser l'amplitude des oscillations qui divergeraient dans le cas d'un comportement purement linéaire.

Remarque : on trouve des structures de ce type pour les oscillateurs électroniques, mais également pour les oscillateurs optiques tels que les lasers.

II.1.2. Structure de l'oscillateur étudié.

Nous allons désormais réaliser un oscillateur avec les cartes électroniques fonctionnelles disponibles. Nous utiliserons la carte permettant de réaliser un amplificateur inverseur à partir d'un amplificateur opérationnel, ainsi que la carte permettant de réaliser un filtre actif passe-bande dont le facteur de qualité est commandable. Ce filtre présente un gain maximum négatif. Cet oscillateur, quoi que peu performant va nous permettre d'appliquer une méthode d'approche générale pour les oscillateurs de ce type.

Nous allons commencer par vérifier le bon comportement de l'amplificateur inverseur ainsi que du filtre passe-bande dont nous relèverons la réponse en gain et en phase pour plusieurs facteurs de qualité.

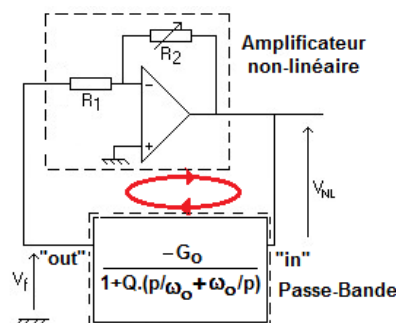
Nous allons ensuite identifier les différents éléments permettant de faire apparaître la structure générale d'un oscillateur quasi-sinusoïdal en identifiant l'amplificateur et le filtre sélectif.

Ceci étant fait, nous verrons la condition à vérifier pour que les oscillations apparaissent. Nous pourrons alors calculer les principales grandeurs attendues (fréquence et amplitude des oscillations notamment). Nous étudierons notamment la dépendance de la fréquence au gain de l'amplificateur en fonction du facteur de qualité du filtre sélectif.

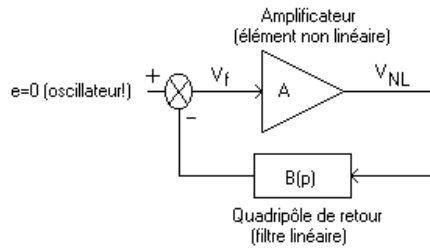
Nous comparerons enfin la stabilité en fréquence de cet oscillateur avec un oscillateur à quartz.

II.1.2.1. Structure et identification des différents éléments.

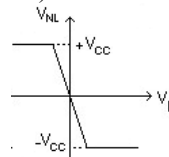
Le circuit se présente sous la forme suivante :



On peut se ramener à une symbolique de système bouclé classique en sachant que l'on travaille à entrée nulle puisque l'on étudie un oscillateur...



• Dans sa zone de fonctionnement linéaire, l'amplificateur a un gain $A = -R_2/R_1$. Cependant la tension de sortie de l'amplificateur est limitée à la plage $[-V_{cc}; +V_{cc}]$. Sa caractéristique entrée-sortie, si on suppose l'amplificateur opérationnel parfait (excepté vis à vis de la saturation) est donc la suivante:



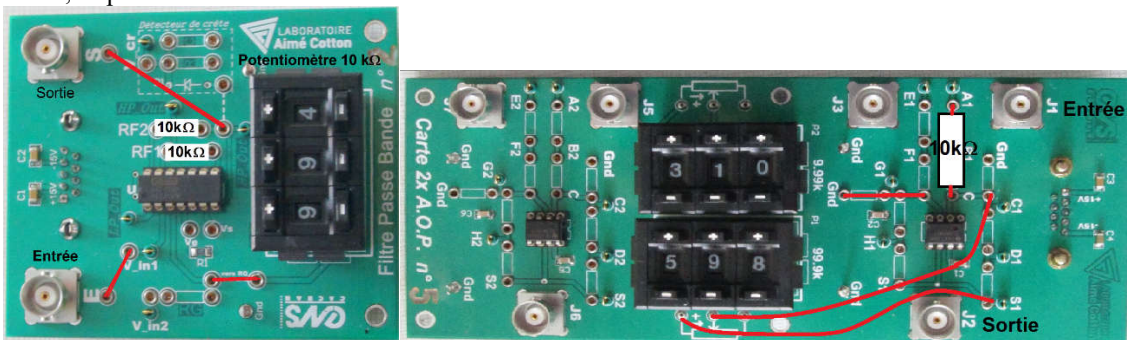
• Le filtre de retour est un filtre passe bande dont la fonction de transfert est la suivante

$$B(p) = \frac{-V_f}{V_{NL}} = \frac{G_o}{1 + Q \cdot \left(\frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p} \right)}$$

si ω_0 est la pulsation centrale du filtre, Q son facteur de qualité et G_o la valeur absolue de son gain maximal dans la bande passante.

II.1.2.2 Réalisation pratique du circuit

Le câblage sur les maquettes fonctionnelles, respectivement pour le filtre passe-bande et l'amplificateur inverseur, se présente la forme suivante.



Pour plus d'informations, allez sur le site web du département de physique dans la rubrique « matériel » et tapez **cartes** pour retrouver rapidement la notice des maquettes que vous allez utiliser.

La partie « amplificateur inverseur » est encadrée en rouge et la partie « filtre passe-bande inverseur » est encadrée en bleu. Nous avons ajouté les indications sur les composants à ajouter pour obtenir notre oscillateur oscillant à 15kHz environ. La résistance variable de la maquette « amplificateur opérationnel » permet de régler le gain de l'amplificateur inverseur. La résistance de la maquette « filtre actif » permet de régler le facteur de qualité du passe-bande.

II.1.2.3 Condition de démarrage des oscillations.

Un système bouclé du type décrit dans notre exemple est instable lorsque l'un des pôles de sa fonction de transfert en boucle fermée a une partie réelle positive. Ces pôles sont les solutions de l'équation

$$A \cdot B(p) = -1$$

Ils peuvent être calculés en résolvant l'équation

$$p^2 + \frac{\omega_0}{Q} (1 - G_o \cdot A) \cdot p + \omega_0^2 = 0$$

Le déterminant de cette relation vaut

$$\Delta = \left(\frac{\omega_o}{Q} \right)^2 \cdot (1 - G_o \cdot A)^2 - 4 \cdot \omega_o^2 = \left(\frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \right)^2 \cdot \left(A^2 - 2 \cdot \frac{A}{G_o} + \frac{1 - 4 \cdot Q^2}{G_o^2} \right)$$

- Le déterminant de cette équation sera positif pour $A < (1-2.Q)/G_o$ ou $A > (1+2.Q)/G_o$. Dans ce cas, les racines sont réelles et valent

$$p_{\pm} = \frac{-\frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \left(\frac{1}{G_o} - A \right) \pm \frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \cdot \sqrt{A^2 - 2 \cdot \frac{A}{G_o} + \frac{1 - 4 \cdot Q^2}{G_o^2}}}{2}$$

Ce qui peut aussi s'écrire

$$p_{\pm} = \frac{\frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \cdot \left(A - \frac{1}{G_o} \pm \sqrt{\left(A - \frac{1}{G_o} \right)^2 - \frac{4 \cdot Q^2}{G_o^2}} \right)}{2}$$

Si $A < (1-2.Q)/G_o$ les racines sont négatives (pas d'oscillations). Si $A > (1+2.Q)/G_o$ elles sont positives (oscillations).

- Si $(1-2.Q)/G_o < A < (1+2.Q)/G_o$, le déterminant est négatif et les racines sont complexes. On constate alors que leur partie réelle sera négative tant que $(1-2.Q)/G_o < A < 1/G_o$ (pas d'oscillations). En revanche, elle sera positive si $1/G_o < A < (1+2.Q)/G_o$ (oscillations). Ces racines valent

$$p_{\pm} = \frac{\frac{G_o \cdot \omega_o}{Q} \cdot \left(A - \frac{1}{G_o} \pm j \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot Q^2}{G_o^2} - \left(A - \frac{1}{G_o} \right)^2} \right)}{2}$$

Le calcul des racines montre donc que le montage est instable pour $A > 1/G_o$. De plus, on peut dire que le démarrage sera pseudo-oscillant pour $1/G_o < A < (1+2.Q)/G_o$ alors qu'il sera exponentiel croissant pour $A > (1+2.Q)/G_o$.

II.1.2.4. Le régime permanent d'oscillation: fréquence et amplitude des oscillations.

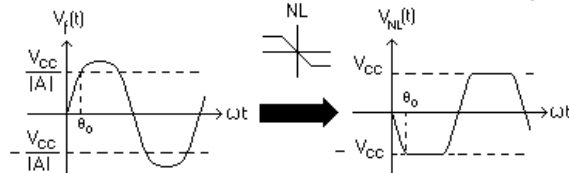
- La méthode du premier harmonique: En régime permanent, la non linéarité de l'amplificateur se fait sentir et il n'est plus possible de raisonner aussi simplement que lors du démarrage. On va faire l'hypothèse dite du premier harmonique. Pour une amplitude de signal en entrée de l'amplificateur donnée, on regarde l'allure de la sortie (elle est affectée par la non-linéarité). De la sortie distordue, on extrait le premier harmonique. La non linéarité est alors modélisée par un gain linéaire \bar{N} équivalent, rapport du premier harmonique de la sortie sur l'entrée (ce gain remplace le gain A de l'étude du démarrage). On suppose que le rôle des harmoniques autres que le fondamental sont négligeables, car elles sont suffisamment éliminées par le filtre sélectif. Une fois \bar{N} calculé, la condition d'oscillation est donnée par

$$\bar{N} \cdot B(j\omega) = -1$$

La résolution de cette équation complexe nous donnera la fréquence des oscillations ainsi que leur amplitude.

- Application à notre exemple :

Nous allons supposer que $V_f(t) = V \cdot \sin(\omega \cdot t)$ (V et ω sont les inconnues que nous recherchons). $V_{NL}(t)$ vaut $A \cdot V_f(t)$ tant que $V_f(t)$ est inférieure, en valeur absolue, à $V_{cc}/|A|$. Sinon elle vaut $+V_{cc}$ ou $-V_{cc}$.



On constate que la non-linéarité n'introduit pas de déphasage supplémentaire sur le fondamental (il n'y a pas d'hystérésis) ce qui signifie que le gain équivalent \bar{N} sera réel. L'amplitude du premier harmonique de V_{NL} est notée V_{NL1} et elle vaut

$$V_{NL1} = \frac{2}{T} \int_T V_{NL}(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot dt = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} V_{NL}(\theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta = \frac{4}{\pi} \left[\int_0^{\theta_0} -|A| \cdot V \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta + \int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} -V_{cc} \cdot \sin \theta \cdot d\theta \right]$$

Sachant que $V_{cc} = A \cdot V \cdot \sin \theta_0$, on trouve

$$\bar{N} = -\frac{2|A|}{\pi} \left(\theta_0 + \frac{\sin(2\theta_0)}{2} \right)$$

Finalement, la condition $\bar{N}.B(j\omega) = -1$ nous donne que

$$\omega = \omega_0 \quad \text{et que} \quad \bar{N} = -\frac{2|A|}{\pi} \left(\theta_0 + \frac{\sin(2\theta_0)}{2} \right) = -\frac{1}{G_o}$$

On peut alors en déduire V par une approche numérique.

Conclusion : Nous allons constater que si cette approche est satisfaisante pour les ordres de grandeur, elle est insuffisante quantitativement. Nous allons notamment constater que la fréquence d'oscillation fluctue quand $|A|$ augmente ce que notre modèle ne permet pas d'expliquer.

Remarque : l'hypothèse du premier harmonique sera d'autant plus justifiée que les harmoniques ont peu d'incidence sur l'entrée de l'amplificateur, c'est à dire que le filtre de retour est davantage sélectif.

II.1.2.5. La question de la stabilité en fréquence.

Dans notre approche, nous avons précédemment supposé que N était réel ce qui signifie que l'amplificateur n'introduit pas de déphasage. En pratique, c'est inexact puisque l'amplificateur opérationnel présente une bande passante limitée, et son utilisation dans un circuit amplificateur non inverseur conduit à une bande passante d'autant plus faible que le gain sera grand. Ainsi, une fluctuation du gain statique de l'amplificateur non inverseur provoque une fluctuation de sa bande passante et donc du déphasage qu'il va introduire entre entrée et sortie. Soit $\delta\theta$ cette fluctuation de déphasage résultant d'une fluctuation de gain statique. Nous allons constater qu'il en résulte une fluctuation de fréquence de l'amplificateur.

La relation d'oscillation est donnée par

$$\bar{N}.B(j\omega) = -1$$

Elle permet d'écrire

$$\text{Arg}(\bar{N}) + \text{Arg}(B(j\omega)) = \pi$$

En différentiant la dernière relation, on trouve

$$\delta\theta + \delta\phi = 0 \quad (\phi \text{ argument de } B) \quad \text{soit} \quad \delta\theta \approx -\left(\frac{\partial\phi}{\partial\omega}\right)_{\omega_0} .d\omega$$

on peut alors écrire que $\frac{\delta\omega}{\delta\theta} \approx \frac{-1}{\left(\frac{\partial\phi}{\partial\omega}\right)_{\omega_0}}$

Dans le cas de notre passe-bande paramétrable, au voisinage de ω_0 , on a

$$B(j\omega) = \frac{G_o}{1 + Q \cdot \left(\frac{j\omega}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{j\omega} \right)} \approx \frac{G_o}{1 + 2 \cdot j \cdot Q \cdot \frac{\delta\omega}{\omega_0}} \quad \text{soit} \quad \phi \approx -\text{Arc tan} \left(2 \cdot Q \cdot \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right) \quad \text{et donc} \quad \frac{\delta\omega}{\delta\theta} \approx -\omega_0 / 2 \cdot Q$$

Dans le cas de l'oscillateur réalisé avec des facteurs de qualité Q allant de 1 à 40 environ, une petite fluctuation de phase conduit à une fluctuation relative de fréquence importante. Néanmoins, on constate que quand le facteur de qualité est de 40, la fréquence de notre oscillateur dépend beaucoup moins du gain de l'étage amplificateur.

Dans le cas des oscillateurs à quartz, on peut obtenir des valeurs de Q de l'ordre de 100000 ce qui conduit à une bien moindre sensibilité aux fluctuations de gain et aux fluctuations de phase qui en résultent.

II.2. Travail expérimental.

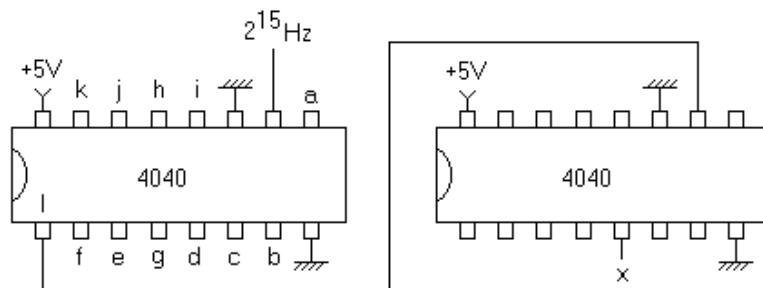
On réalise notre oscillateur avec l'amplificateur inverseur en prenant pour R_1 10k Ω et pour R_2 le potentiomètre digital de la maquette qui vaut 100k Ω au maximum. Pour le filtre passe-bande, on prend des résistances R_{f1} et R_{f2} de 10k Ω afin d'obtenir une fréquence centrale de voisine de 15kHz. Le potentiomètre R_Q est de type « 10k Ω ».

• Mesures :

- Relever la fonction de transfert du filtre sélectif, étudié seul pour deux valeurs de facteur de qualité différentes. On prendra $R_Q=9k\Omega$ puis $R_Q=1k\Omega$. Pour faire ce relevé, on fera une transformée de Fourier de réponse impulsionnelle en prenant des impulsions en sinus cardinal permettant d'étudier le filtre jusqu'à 100kHz et on fera une acquisition afin d'avoir 100, 200 ou 1000 points sur le diagramme de Bode. On conservera la réponse en gain et la réponse en phase la plus adaptée (expliquer pourquoi le nombre de points du diagramme a une telle incidence).

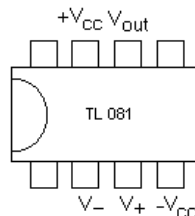
Manuellement, en régime sinusoïdal, on donnera un encadrement de la fréquence centrale du filtre ainsi qu'un encadrement du gain de ce dernier à cette fréquence.

- Vérifier que l'amplificateur inverseur seul fonctionne correctement.
- Démarrage des oscillations : Associer l'amplificateur et le filtre pour réaliser l'oscillateur (attention, vous n'avez plus besoin de votre GBF !). Noter le gain auquel apparaît l'oscillation pour les deux valeurs de facteur de qualité du filtre que vous avez étudiées. Comment expliquez-vous le léger écart compte tenu de vos mesures précédentes ?
- Etude du régime permanent : Pour des valeurs du potentiomètre de gain de l'amplificateur allant de la valeur du gain qui conduit à l'apparition des oscillations et en augmentant cette valeur par pas de 100Ω sur 10 points environ, relevez la fréquence de l'oscillateur en fonction du gain pour les deux valeurs de facteur de qualité du filtre sélectif. Est-ce conforme au modèle développé dans les explications précédentes ? Quelle est la cause de cet écart au modèle ? Pourquoi l'effet est-il d'ampleur différente quand on change le facteur de qualité du filtre ? Pour avoir un oscillateur dont la fréquence dépend peu des perturbations de gain, comment a-t-on intérêt à choisir le facteur de qualité ?
- Stabilité en fréquence : On envoie à l'oscilloscope le signal de sortie de l'oscillateur que nous venons de réaliser avec le plus fort facteur de qualité et on mesure sa fréquence. Multiplier par 1000 cette période, et décaler l'instant de déclenchement de cette durée, vers la gauche en affichant toujours un peu plus d'une période à l'écran. Afficher la trace sur la moitié supérieure de l'écran et activer une persistance infinie de la trace. Qu'observez-vous ? En déduire l'ordre de grandeur de la stabilité en fréquence de votre oscillateur sur la durée de l'expérience.
Même démarche pour un oscillateur à quartz à 2^{15} Hz. Que peut-on dire de la stabilité en fréquence de l'oscillateur que nous avons réalisé, sur la durée de l'expérience par rapport à celle de l'oscillateur à quartz ? Lequel des deux est le plus indiqué pour réaliser une montre ? Pourquoi la fréquence évolue-t-elle quand on n'agit pas sur le potentiomètre ?
- Réalisation de la seconde à partir d'un quartz : En utilisant l'oscillateur à quartz, on va diviser la fréquence par 2^{15} afin d'obtenir un Hertz. On va réaliser pour ça le circuit suivant, comportant 2 compteurs synchrones en cascade (type 4040), avec pour fréquence d'horloge la sortie de l'oscillateur à 2^{15} Hz



Observez les sorties a, b, c, d ...etc. Quelle est la fonction réalisée par les compteurs synchrones. A quelle fréquence se trouve la patte x ?

Annexe : Brochage du TL081 .



version de septembre 2020

Exercices

Avant la séance de TP suivante, vous rédigerez les réponses aux questions suivantes dans votre cahier de TP.

Question 04-A : On considère un amplificateur opérationnel dont le produit gain-bande passante vaut 3 MHz et le slew-rate 10 V/ μ s. On cherche à amplifier l'image électrique d'un signal audio avec un gain de 10. Pour un niveau de signal d'entrée de 1V d'amplitude, l'amplificateur va-t-il altérer le spectre et faut-il s'attendre à des effets non linéaires. Justifiez quantitativement vos réponses.

Question 04-B : On étudie un oscillateur électronique oscillant à une fréquence moyenne de 10 kHz avec une stabilité relative en fréquence, sur la durée de l'expérience de 10^{-5} . Expliquer comment procéder, expérimentalement pour observer et quantifier temporellement cette instabilité de la fréquence avec un oscilloscope fonctionnant avec 1000 points. On donnera l'ordre de grandeur des paramètres importants associés au protocole de déclenchement qui permettent de faire l'observation demandée.

Question 04-C : Expliquer précisément pourquoi un oscillateur à pont de Wien a une fréquence d'oscillation qui dépend fortement du gain de l'élément amplificateur. Que faire pour qu'un oscillateur électronique soit plus stable en fréquence ? Sur quel élément du filtre doit-on agir ? Pourquoi ?

Question 04-D : On souhaite observer le filtre passe-bande actif utilisé pour réaliser un oscillateur. Ce filtre actif a une fréquence centrale de 30kHz, un facteur de qualité de 30. Donnez les caractéristiques de l'impulsion (amplitude, durée, forme) et de l'acquisition (durée) permettant d'obtenir cette fonction de transfert en justifiant ces valeurs.

Paramètres caractéristiques d'un bruit :

- Etude du bruit généré par le générateur Agilent 33220A
- Etude du bruit thermique dans une résistance

- Rédaction du cours et travail expérimental associé : Jean-Baptiste Desmoulins (P.R.A.G. – Dpt Physique)
mail : desmouli@physique.ens-cachan.fr
- Réalisation de la maquette d'étude du bruit thermique : Colin Lopez (Ingénieur Recherche – Dpt Physique)
- Notions fondamentales abordées lors de cette séance :
 - Mise en œuvre de la macro d'acquisition sous Igor et des macros de traitement associées.
 - Notion de taille de mémoire à l'acquisition et ses conséquences sur l'exploitation qui suit.
 - Caractéristiques d'un bruit : distribution des valeurs, densité spectrale de puissance.
 - Filtre et bruit : notion de bande équivalente de bruit.

I. Etude d'un bruit gaussien : exemple du bruit synthétisé par un générateur Agilent 33220A.

Dans cette partie, nous allons étudier les caractéristiques du bruit produit par un générateur 33220A (bouton de forme de signal « noise »). Nous allons rechercher ses caractéristiques essentielles : densité spectrale de puissance et son évolution avec la fréquence, valeur efficace, valeur maximale en essayant de préciser ce que signifient ces grandeurs.

I. 1. Notion de bruit gaussien :

On ne peut pas aborder les signaux aléatoires et en particulier les bruits avec les mêmes outils de représentation que les signaux périodiques. Nous allons voir quelle démarche adopter en présence de tels signaux.

I.1.1. Outils de représentation d'un bruit.

Nous allons supposer que le bruit avec lequel nous allons travailler sont ergodiques, c'est-à-dire que l'évolution de ce signal aléatoire au cours du temps apporte la même information qu'un ensemble de réalisations. Par exemple, la valeur moyenne d'un bruit sera égale à la moyenne obtenue à partir de la prise d'un nombre suffisant d'échantillons.

I.1.1.1 Quelques définitions :

- La valeur moyenne d'un signal $a(t)$ est donnée par

$$\langle a(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T a(t).dt$$

- La valeur efficace A_{eff} de ce même signal est donnée par

$$A_{\text{eff}} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T a^2(t).dt}$$

Cette façon de définir la valeur efficace n'est pas forcément la plus pratique dans la mesure où le signal n'est connu que sur une durée limitée. Nous verrons, par la suite, qu'il est parfois possible de définir une valeur efficace à partir de l'écart-type des valeurs prises par le bruit.

Approche spectrale :

- La densité spectrale $D_a(f)$ de ce signal est définie par

$$A_{\text{eff}}^2 = \int_0^{\infty} D_a(f).df$$

L'intérêt de la densité spectrale de puissance, c'est qu'elle ne dépend que du bruit considéré, alors que la valeur efficace dépend également de la bande passante de l'appareil qui donne sa valeur.

Par ailleurs, la densité spectrale de puissance d'un signal $a(t)$ est la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation (théorème de Wiener-Kinchine), cette dernière étant définie par

$$C_{aa}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T a(t) \cdot a(t - \tau) dt$$

1.11.2. Comportement spectral du bruit.

On peut souvent dire que le bruit, sur la plage de fréquence sur laquelle on travaille, présente un spectre constant. On va alors souvent supposer qu'il est constant quelle que soit la fréquence. On parle alors de bruit blanc (par analogie avec la lumière blanche). Il existe également des bruits dont la densité spectrale fluctue avec la fréquence. Globalement, les bruits vont avoir en général une densité qui évolue continûment avec la fréquence. Nous allons voir que pour de tels signaux, il faut commencer par se demander ce que l'on a intérêt à représenter : spectre d'amplitude ou densité spectrale de puissance ?

Sur un analyseur de spectre à balayage, comme sur un analyseur FFT, le niveau de spectre obtenu dépend des caractéristiques de l'appareil : filtre de résolution sur l'analyseur à balayage et transformée de Fourier de la fenêtre de troncation pour l'analyseur FFT. Le résultat obtenu n'est donc pas seulement une caractéristique du signal, mais dépend aussi de la méthode et des caractéristiques du processus employé.

Alors que pour un signal présentant un spectre de raies, il est intéressant de représenter la valeur efficace en fonction de la fréquence, cette représentation n'est plus intéressante dans le cas d'un bruit. Dans ce cas, il est plus judicieux de représenter la densité spectrale de puissance. L'appareil voit une valeur efficace de bruit globale donnée dans sa bande passante. Cette valeur efficace va se répartir sur une bande de fréquence donnée avec une densité qui caractérise le signal. La valeur de cette densité sera obtenue en renormalisant la valeur du spectre obtenu à partir de la bande équivalente de bruit du filtre d'un analyseur à balayage ou à partir des caractéristiques de la fenêtre de troncation.

1.1.1.3. Effet d'un filtre sur du bruit.

Dans le cas où l'on considère un bruit blanc comme signal d'entrée (densité spectrale D_e constante) du filtre linéaire de fonction de transfert $F(f)$, de gain maximal G_o alors, on peut écrire qu'en sortie, on a un bruit de valeur efficace s_{eff} (densité spectrale $D_s(f)$ qui évolue avec la fréquence) telle que

$$D_s = |F(f)|^2 \cdot D_e \quad \text{et donc} \quad s_{\text{eff}}^2 = \int_0^{+\infty} |F(f)|^2 \cdot D_e \cdot df = G_o^2 \cdot D_e \cdot \int_0^{+\infty} \frac{|F(f)|^2}{G_o^2} \cdot df = G_o^2 \cdot D_e \cdot B_{\text{eq}}$$

où B_{eq} est la bande équivalente de bruit. En utilisant cet intermédiaire, on a transformé notre filtre linéaire de gain maximum G_o , en un filtre coupant abruptement, de gain maximum G_o sur une bande de largeur B_{eq} .

Les appareils qui permettent d'obtenir une valeur efficace de bruit ont une bande passante et font donc intervenir des phénomènes de filtrage linéaire. Ainsi, le résultat affiché par l'appareil ne donnera pas directement la valeur efficace du bruit d'entrée. Il sera alors nécessaire de corriger le résultat obtenu en fonction des caractéristiques de l'appareil employé.

Mathématiquement, la bande équivalente de bruit permet de s'affranchir d'un lourd calcul d'intégrale pour relier rapidement valeur efficace et densité spectrale de puissance lorsque le bruit est blanc.

1.1.2. Bruit gaussien :

On ne peut pas prévoir quelle sera la valeur d'un bruit à un instant donné. En revanche, on peut souvent estimer la probabilité de voir ce signal prendre une certaine valeur autour de sa moyenne.

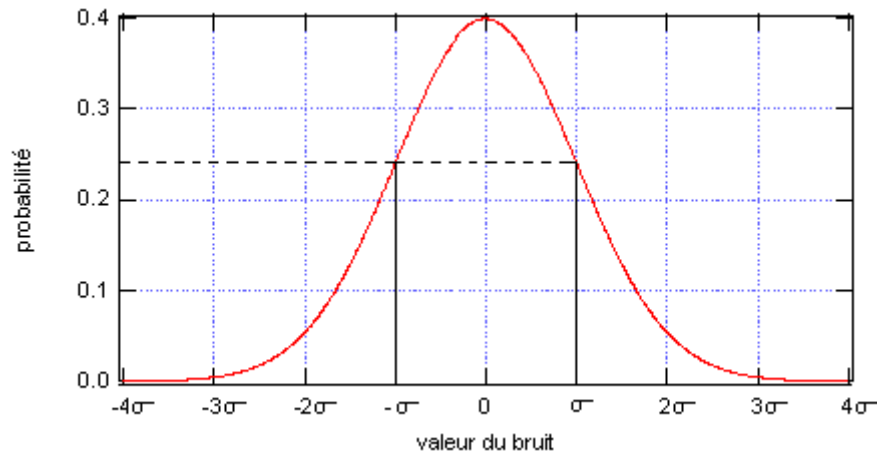
Lorsqu'un bruit résulte de l'action indépendante de différents facteurs physiques, on va pouvoir le considérer comme gaussien (théorème central-limite). Dans ce cas cette probabilité évolue suivant une gaussienne.

Pour un tel bruit dont la valeur moyenne est nulle et l'écart-type égal à σ , l'expression de la probabilité pour trouver une valeur du bruit égale à x est donnée par

$$P(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sigma} \right)^2}$$

Dans ce cas, l'écart-type des valeurs du bruit va nous donner de nombreuses indications :

- La valeur efficace du bruit sera égale à l'écart-type σ .
- L'intervalle de largeur 2σ centré sur zéro contient environ 68% des valeurs prises par le bruit, l'intervalle de largeur 4σ contient environ 95% des valeurs prises par le bruit et l'intervalle de largeur 6σ contient environ 99% des valeurs prises par le bruit.



C'est pourquoi, on peut dire que la valeur crête à crête du bruit que l'on observe peut être considérée comme égale à 6σ environ. Si on prend un appareil affichant 512 points, 5 points seulement sortiront de la bande de valeur de largeur 6σ . A l'œil, ces points seront peu visibles. Cette façon d'obtenir la valeur efficace de bruit n'est bien entendu pas très précise ni très rigoureuse, mais elle permet d'avoir un ordre de grandeur assez rapidement.

En pratique, les bruits ne sont jamais parfaitement gaussiens, mais on supposera malgré tout que leur comportement reste assez proche d'un bruit gaussien pour pouvoir adopter cette représentation.

Remarque : Il existe des bruits tels que la loi de distribution des valeurs est différente de la distribution gaussienne. Par exemple, on peut citer le bruit de photons. Quand on considère l'arrivée d'un faisceau lumineux monochromatique de fréquence ν de puissance moyenne constante P_{opt} , le nombre moyen de photons reçus pendant t est N tel que

$$N = \frac{P_{opt} \cdot t}{h \cdot \nu}$$

Pourtant, le flux d'énergie étant une succession de quanta, le nombre de photons reçus par unité de temps fluctue autour de N . Le nombre effectif de photons reçus sera n . La probabilité d'avoir n photons est donnée par

$$P(n) = \frac{N^n}{n!} \cdot e^{-N}$$

C'est une loi de Poisson de moyenne N .

I.2. Travail expérimental.

Nous allons faire l'acquisition du signal de bruit par un générateur Agilent 33220A (touche de signal « noise »). Le constructeur indique que ce bruit est gaussien et que la bande équivalente de bruit est voisine de 10 MHz. Nous allons vérifier que c'est le cas en faisant un histogramme des valeurs de l'échantillon acquis et en calculant sa densité spectrale de puissance. Pour que cette expérience donne des résultats satisfaisants, il va cependant falloir réfléchir aux conditions dans lesquelles faire l'acquisition (durée et nombre de point) et également réfléchir à la façon de construire l'histogramme.

I.2.1. Acquisition du signal.

L'acquisition sera faite en utilisant la macro Igor permettant de récupérer les points numérisés sur des oscilloscopes DSOX1012G via une interface USB. Pour plus d'informations sur ce point, reportez-vous à la notice d'utilisation de cette macro.

Le choix de la base de temps (et donc de la largeur de plage spectrale étudiée).

Pour l'analyse spectrale, nous allons avoir un bruit dont la densité spectrale chute après 10 MHz environ. Il nous faut donc une fenêtre d'analyse (égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage) supérieure à cette valeur. On choisira une plage d'analyse de 50 MHz. Connaissant la relation entre le nombre de points acquis, la base de temps et la fréquence d'échantillonnage, on en déduit la durée de base de temps utiliser.

• Expérience :

- Générer un bruit de 2V RMS avec le générateur 33220A et observer ce signal à l'oscilloscope avec une échelle d'amplitude de 2V/carreau et avec une durée de base de temps déduite de la discussion précédente (valeur différente suivant le nombre de points). Notez la mesure donnée par la fonction de mesure « AC RMS full screen » de l'oscilloscope en utilisant ses outils. Comparer à la valeur efficace indiquée par le générateur.

- En faire l'acquisition avec les quelques centaines de milliers de points possibles et récupérer la wave correspondante sous Igor. On fera en sorte de ne garder qu'une voie de l'oscilloscope active. En utilisant la commande WaveStats, relever, l'écart-type de la séquence acquise. Comparer à la valeur efficace affichée par le générateur.

I.2.2. Analyse des données acquises :

Nous allons commencer par vérifier que la distribution des valeurs est bien gaussienne et que les valeurs obtenues sont bien celles attendues. Ensuite, nous nous intéresserons à la densité spectrale de puissance du bruit.

• Expérience :

- Calculer l'histogramme de la série de valeurs, entre $-8V$ et $+8V$ avec un pas de $0,3125V$. Comment fait-on le choix de ces paramètres pour l'histogramme ? Faire un ajustement par une gaussienne de l'histogramme obtenu. Peut-on dire que la distribution des valeurs du bruit sur les deux séquences étudiées est gaussienne ? Déduire l'écart-type de l'ajustement (attention, la fonction gaussienne de fit d'Igor ne donne pas directement l'écart-type).

Notez la valeur maximale indiquée par le générateur pour la valeur efficace de $2V$. Peut-on donner le rapport entre ces deux grandeurs sans précisions supplémentaires ? Pourquoi ? Que signifie « valeur maximale » pour un bruit gaussien ?

- Refaire l'histogramme avec un pas plus faible de $0.0390625V$ ou pour un pas de $0,1171875$. Que constate-t-on ? Expliquer comment estimer la limite minimum du pas qui permet d'éviter ce problème.

- Calculer la densité spectrale de puissance avec le bouton de la macro permettant l'acquisition sur le plus grand nombre de points possible. Lisser cette densité spectrale sur 1000, 5000 et 10000 points avec la macro correspondante ajoutée à Igor (Cf notice de la macro Igor). Comment choisir le nombre n de points sur lequel on effectue le lissage (il s'agit d'une moyenne glissante, chaque point étant remplacé par la moyenne des n points qui l'entourent) ? La relation entre la valeur efficace, la bande de fréquence dans laquelle se distribue le bruit et la densité spectrale obtenue pour les plus basses fréquences est-elle cohérente ?

II. Caractérisation du bruit thermique dans une résistance

L'objectif de cette partie est caractériser le bruit thermique : forme de la distribution des échantillons, valeur de la densité spectrale dans la plage où le bruit peut être considéré comme blanc, lien entre la densité spectrale et la valeur de la résistance. Cette fois, le bruit n'est donc plus généré numériquement via un processus pseudo-aléatoire, mais il trouve son origine dans la structure physique de l'élément étudié : une simple résistance.

Ces expériences permettent d'étudier un bruit en présence d'une chaîne d'amplification, ce qui demande de manipuler les notions de densité spectrale de puissance, de bande équivalente de bruit, de valeur efficace.

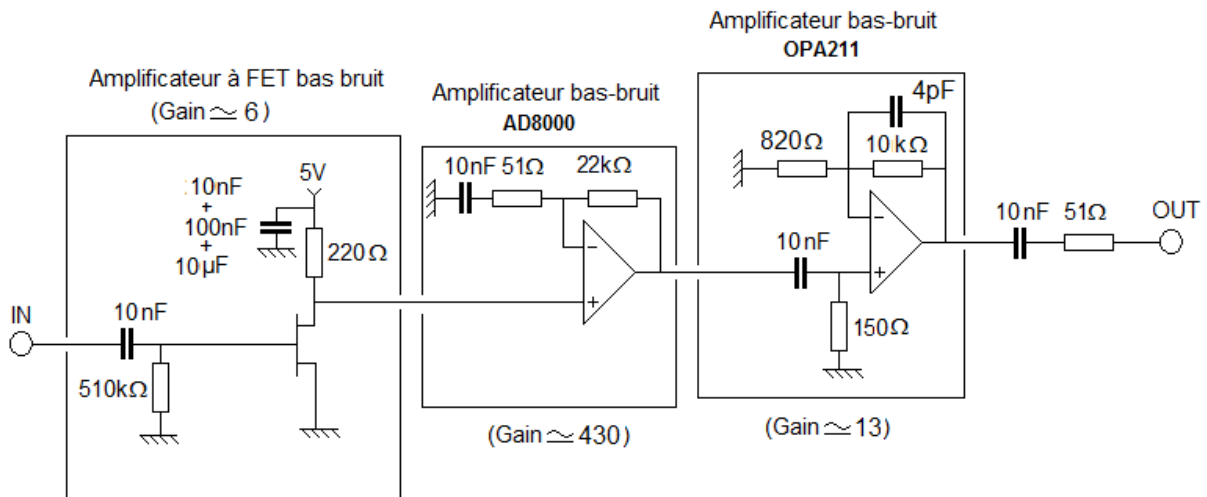
II.1. Description du système :

Le boîtier comprend un ensemble de résistances dont on veut connaître le bruit thermique, ainsi qu'une chaîne amplificatrice dont le rôle sera de dilater le bruit afin de le rendre plus facilement caractérisable. La chaîne amplificatrice, dont la forme change un peu suivant la valeur de la résistance bruyante d'entrée, déforme la densité spectrale de puissance du bruit, ce qui va demander de bien connaître sa fonction de transfert. Un circuit annexe, avec division de tension, permet de caractériser la fonction de transfert de l'amplificateur pour différentes valeurs de la résistance source de bruit, en entrée.

Par ailleurs, comme tout circuit électronique, la chaîne amplificatrice génère son propre bruit, qu'il faudra retrancher à ce que l'on récupère en sortie. C'est pourquoi on peut placer, en entrée, un court-circuit, qui n'apporte pas de bruit thermique.

II.1.1. La chaîne amplificatrice.

Le boîtier est essentiellement un système amplificateur réalisé à partir d'éléments bas bruit. L'étage d'entrée est un amplificateur à transistor à effet de champ BF868 (FET=« field effect transistor »). Il est suivi d'un étage amplificateur bas bruit, large bande, réalisés avec un amplificateur opérationnel à contre-réaction de courant AD8000 câblé en amplificateurs non inverseur avec un amplificateur bas bruit à contre réaction de tension de produit gain bande plus faible (OPA211). La chaîne d'amplification filtre les basses fréquences et notamment le bruit en $1/f$ et les composantes parasites à 50 Hz, ce qui conduit donc, globalement à un système passe-bande. Le schéma de l'ensemble est résumé sur la figure suivante :

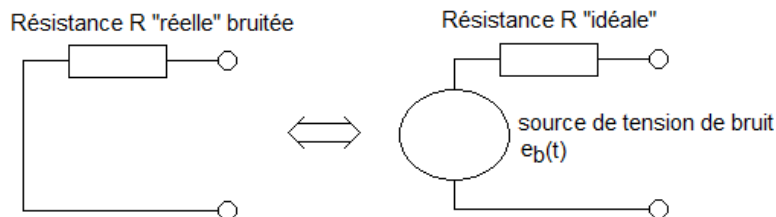


II.1.2. Les résistances à étudier

En entrée, inclus dans le boîtier, on peut placer une résistance dont on cherchera à étudier le bruit thermique. Plusieurs valeurs de résistances sont proposées, et on peut choisir la valeur voulue au moyen d'un cavalier. Les valeurs proposées sont le court-circuit pour connaître les autres causes de bruit en l'absence d'amplification, 0Ω , 51Ω , 100Ω , 180Ω , 270Ω , 390Ω , 510Ω , 680Ω , 820Ω et $1k\Omega$. Ces valeurs sont données à 1%.

II.1.3. Modélisation du bruit thermique dans une résistance.

La résistance qui est à l'origine du bruit thermique peut être vue comme une résistance idéale non bruitée, en série avec un générateur de tension, qui produit le bruit thermique, signal aléatoire noté e_b . Le schéma électrique équivalent est donc de la forme suivante :



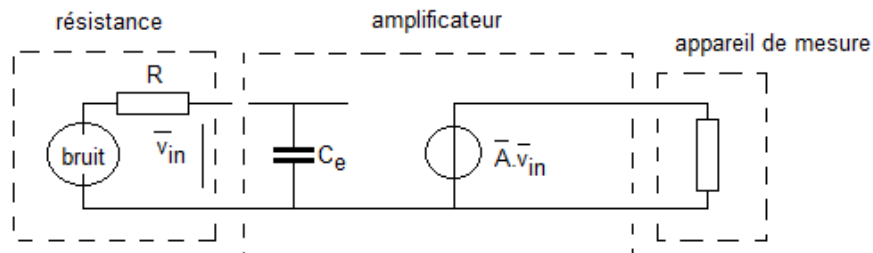
A température ambiante, la tension de bruit de la résistance peut être considéré comme blanc jusqu'à qqTHz. Plus proche du zéro absolu, la limite tombe à qq GHz, Pour des fréquences inférieures à ces limites, la densité spectrale de puissance, D_b peut être considéré comme indépendante de la fréquence et vaut

$$D_b = 4.k.T.R$$

où $k = 1,3806503 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}$ est la constante de Boltzmann, R la valeur de la résistance considérée et T la température (en Kelvin).

II.1.4. Principe de l'étude du bruit thermique avec la chaîne d'amplification.

Si on utilise le schéma électrique équivalent de la résistance bruitée et qu'on le place en entrée de l'amplificateur de tension réalisé, si on suppose que ce dernier a une impédance d'entrée pratiquement infinie et une capacité d'entrée C_e à prendre en compte ($\sim 10\text{pF}$), on se retrouve dans la configuration suivante :



On note que la valeur de résistance que l'on veut caractériser aura une légère influence sur la bande passante de l'amplificateur, à cause de la capacité d'entrée de ce dernier, importante sur les circuits à FET. Si on cherche la bande équivalente de bruit de l'amplificateur, il faudra donc le faire pour chaque valeur de résistance étudiée.

- De quelle valeur de gain a-t-on besoin ?

Dans la suite, nous travaillerons à température ambiante, avec un système d'amplification dont la bande passante est de quelques MHz, ce qui signifie que le bruit thermique pourra être considéré comme blanc dans notre plage de travail.

Le carré de la valeur efficace de bruit en sortie de l'amplificateur, une fois déduit le bruit apporté par ce dernier sera alors égal à

$$v_{\text{bout}}^2 = D_b \cdot B_{\text{eq}} \cdot G_o^2$$

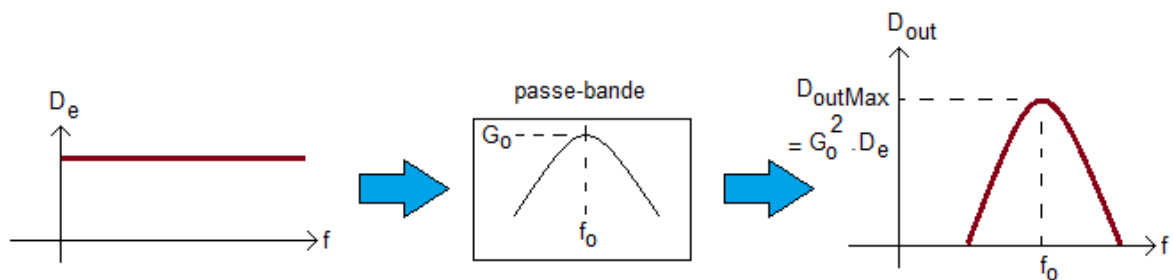
où B_{eq} est la bande équivalente de bruit de l'amplificateur et G_o le gain en tension maximum de ce dernier.

Sachant que notre amplificateur aura une bande équivalent de bruit voisine du MHz, qu'à température ambiante, pour $R=1k\Omega$, on a $D_b \sim 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2/\text{Hz}$, pour récupérer des tensions numérisables correctement à l'oscilloscope, voisines de 100mV efficace, il faut un gain de 20000 environ.

Un tel gain sur une telle bande passante demande d'utiliser des amplificateurs opérationnels bas bruit et large bande, très différents de ceux utilisés dans le TP sur les oscillateurs. Ce type de gain impose de travailler avec une tension très faible en entrée, pour éviter les saturations, quand on cherche à caractériser l'amplificateur. On devra donc placer le GBF à sa valeur minimale de signal et atténuer valeur...

• *Méthode pour étudier $D_b=f(R)$:*

Ce que l'on cherche à récupérer au final, c'est la valeur de la densité spectrale de puissance du bruit blanc de la résistance en entrée. On travaille dans les conditions suivantes :



Méthode 1 :

Il suffit donc de connaître précisément le gain maximum G_o du filtre passe-bande qui réalise l'amplification, la densité spectrale maximale du bruit de sortie D_{outMax} pour la résistance R et $D_{\text{outMax}(R=0)}$ obtenue quand l'entrée est en court-circuit (sans résistance) et on connaît la densité spectrale de puissance D_b du bruit associé à la résistance R étudiée par

$$D_d = \frac{D_{\text{outMax}(R)}}{G_o(R)^2} - \frac{D_{\text{outMax}(0)}}{G_o(0)^2}$$

En répétant l'expérience pour toutes les résistances, on peut tracer $D_b=f(R)$.

Le défaut de cette méthode est qu'elle repose sur une mesure précise de G_o et de D_{outMax} ce qui n'est pas simple.

Méthode 2 : Méthode que vous allez employer

On va s'appuyer sur le fait que

$$u_{\text{outeff}}^2 = \int_0^{+\infty} |G_R(f)|^2 \cdot D_e(R) \cdot df$$

Sachant que D_e est constante sur toute la bande passante du filtre, on peut écrire que

$$u_{\text{outeff}}^2 = D_e(R) \cdot \int_0^{+\infty} |G_R(f)|^2 \cdot df$$

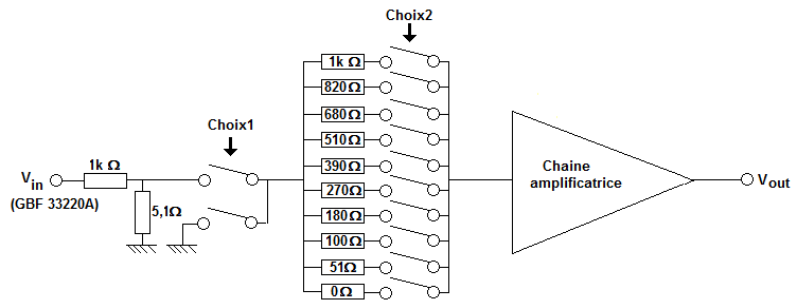
En pratique, l'amplificateur apportant son propre bruit, on corrigera ce défaut avec la relation suivante :

$$D_e(R) = \frac{u_{\text{outeff}}^2}{\int_0^{+\infty} |G_R(f)|^2 \cdot df} - D_e(R=0)$$

Il suffit donc de mesurer u_{outeff} à l'oscilloscope, de calculer l'intégrale sur le module au carré de l'amplificateur pour chaque valeur de R pour en déduire D_e par la relation

II.2.Travail expérimental.

Avant de s'intéresser au bruit, il faudra déterminer certaines caractéristiques de la chaîne d'amplification, afin de pouvoir interpréter le signal de sortie lorsqu'une résistance sera placée en entrée. Schématiquement, le système peut être représenté de la façon suivante :



Le choix 1 permet soit d'appliquer la tension atténuée d'un générateur d'entrée (rapport 5,1/1005,1 environ pour éviter les saturations en sortie) afin d'obtenir le diagramme de Bode de la chaîne amplificatrice pour chaque valeur de résistance de bruit, sélectionnées par « choix2 », soit de mettre l'une des bornes des résistances bruyantes à la masse, le « choix2 » permettant de choisir cette résistance.

II.2.1. Caractérisations préalables du dispositif.

- Placer le cavalier sur la position permettant d'appliquer une tension d'entrée. Cette tension sera divisée par 5,1/1000 afin d'éviter une saturation de la sortie. Electroniquement, on utilise un pont diviseur de tension résistif 1kΩ sur 5,1Ω, ces deux résistances étant connues à 1% près..

- Relever la fonction de transfert de l'amplificateur pour chaque valeur de R. Pour cela, vous pourrez utiliser la macro permettant d'obtenir le résultat par transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle. On prendra une impulsion de 30mV d'amplitude, une largeur d'impulsion de 0,1μs, une durée d'acquisition et une période de répétition de 40μs. Sur quelle plage de fréquence calculera-t-on la fonction de transfert ? Avec combien de points ? Pour que le résultat ne soit pas trop bruité, on travaillera à partir de la moyenne de 200 acquisitions de l'entrée au minimum.

-Dupliquez la wave des fonctions de transfert pour chaque valeur de R sous la racine d'Igor sous le nom de R0, R51, etc.. Ces fonctions de transfert sont en échelle log, passez-les en échelle linéaire.

Pour obtenir le gain réel, multipliez par 1005,1/5,1 pour tenir compte de l'atténuateur.

Mettez les fonctions de transfert obtenues au carré.

Calculez la primitive des fonctions obtenues et donnez la valeur vers laquelle elles convergent.

Créez une wave « Res » avec les valeurs de résistances utilisées et une wave « IntegGcarre » avec la valeur vers laquelle converge la primitive pour une valeur de R donnée.

II.2.2. Etude du bruit thermique

● Sachant que l'on cherchera à analyser le bruit jusqu'à 5 MHz environ, sur quelle durée doit-on acquérir le signal pour que le calcul de la densité spectrale de puissance soit fait sur la plage voulue ? Combien de points est-on susceptible de récupérer pour étudier le bruit en temporel et dans le domaine spectral ?

● Faire l'acquisition du bruit en sortie de l'amplificateur pour le court-circuit. Que représente le bruit observé dans ce cas ? Ce bruit est-il dépendant du bruit des résistances que l'on placera par la suite ? Que peut-on dire du bruit global observé quand la résistance n'est pas nulle ?

● Faire l'acquisition du bruit en sortie de l'amplificateur pour la résistance de 1000Ω avec la base de temps permettant la fenêtre d'analyse nécessaire.

- On va calculer la densité spectrale de puissance du bruit vu en sortie et chercher à en déduire la densité spectrale résultant de la résistance. Pour ça, on utilisera la commande disponible sur la fenêtre d'acquisition de la macro Igor permettant d'acquérir toute la mémoire de l'oscilloscope. Utilisez la macro permettant de calculer et de lisser la DSP en lissant sur 2000 points (justifiez cette valeur). Sauvez la DSP lissée et la DSP non lissée et superposez-les sur le même graphe. Conclusion ?

La forme de cette DSP est-elle celle attendue ?

● Toujours avec la même base de temps, pour chacune des valeurs de résistances (51 Ω, 100Ω, 180Ω, 270Ω, 390 Ω, 510Ω, 680 Ω, 820Ω, 1000Ω), mesurez la valeur efficace du bruit amplifié. Connaissant les caractéristiques de l'amplificateur obtenue à la partie précédente, déduire la densité spectrale de puissance de bruit produit par chaque résistance R et complétez une wave « De ». Evaluer l'incertitude sur De et créer une wave avec cette incertitude.

● Tracez l'évolution de la densité spectrale de puissance du bruit apporté par les résistances en fonction de la valeur de la résistance. Ajuster linéairement et déduire un encadrement de la température du coefficient directeur en prenant en compte les incertitudes.

● Tracez sur le même graphe la valeur théorique de densité spectrale de puissance attendue en fonction de la résistance à la température de travail qui sera mesurée avec un capteur. Créer une wave modele avec ces valeurs calculées et ajouter « modele » au graphe de De mesuré. Conclusion sur la qualité de la mesure ?

Exercices

Avant la séance de TP suivante, vous rédigerez les réponses aux questions suivantes dans votre cahier de TP.

Question 05-A : On observe un bruit gaussien, de valeur moyenne nulle et de valeur efficace 1,5V, blanc jusqu'à 30 MHz et coupant brutalement entre 30MHz et 40 MHz. L'oscilloscope utilisé comporte deux voies, échantillonne au maximum à 2 GSa/s et peut récupérer au maximum $4 \cdot 10^6$ points par voie. Il échantillonne sur 8 bits et représente le signal sur 8 carreaux en amplitude. On va chercher à faire une acquisition temporelle afin de faire un histogramme des échantillons obtenus et d'obtenir la densité spectrale de puissance de ce bruit. Donner, en les justifiant, les paramètres d'acquisition (base de temps, échelle en amplitude) qui permettent d'étudier, au mieux, ce bruit, sur cet oscilloscope. Concernant l'histogramme, donner les paramètres de calcul de l'histogramme (valeur minimale, pas, nombre de pas) permettant une observation correcte de la distribution des valeurs.

Question 05-B : Calculer la densité spectrale de puissance de bruit thermique pour une résistance de $1k\Omega$ à 25°C (on donne $k=1.38 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$). Si on amplifie ce bruit par un amplificateur de tension de gain G_0 dont la bande équivalente de bruit vaut 3MHz, quel gain G_0 prendre pour obtenir une valeur efficace de bruit en sortie de 200mV ? Donner une procédure pour mesurer la densité spectrale de puissance de bruit thermique d'entrée, en justifiant notamment les paramètres d'acquisition du bruit de sortie de l'amplificateur.

Question 05-C : On doit caractériser un amplificateur passe-bande avec un fréquence centrale voisine de 1MHz, un gain proche de 150, et un bande passante proche de 1MHz. Donnez les caractéristiques de l'impulsion (amplitude, forme, largeur) et de l'acquisition (durée) permettant d'obtenir la réponse fréquentielle de ce filtre par TF de réponse impulsionnelle. On justifiera quantitativement le résultat obtenu

Annexe 1 : Bande équivalent de bruit de filtres passe-bas et passe-bande.

Dans le cas où l'on considère un bruit blanc comme signal d'entrée d'un filtre linéaire, de gain maximal G_0 , alors, on peut écrire qu'en sortie, on a

$$s_{\text{eff}}^2 = \int_0^{+\infty} |F(f)|^2 \cdot D_e \cdot df = G_0^2 \cdot D_e \cdot \int_0^{+\infty} \frac{|F(f)|^2}{G_0^2} \cdot df = G_0^2 \cdot D_e \cdot B_{\text{eq}}$$

où B_{eq} est la bande équivalent de bruit

• Filtre passe bas du premier ordre.

considérons le filtre suivant $F(f) = \frac{G_0}{1 + jf/f_c}$

Alors, on a
$$B_{\text{eq}} = \int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + (f/f_c)^2} \cdot df = \left[f_0 \cdot \text{Arc tan}\left(\frac{f}{f_c}\right) \right]_0^{+\infty} = f_c \cdot \pi/2$$

• Filtre passe-bas du second ordre.

considérons le filtre suivant $F(f) = \frac{G_0}{1 + 2 \cdot j \cdot m \cdot (f/f_0) + (j \cdot f/f_0)^2}$

Alors

$$B_{\text{eq}} = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(1 - (f/f_0)^2)^2 + (2 \cdot m \cdot f/f_0)^2} \cdot df = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(1 - x^2)^2 + (2 \cdot m \cdot x)^2} \cdot f_0 \cdot dx = f_0 \cdot \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^4 + 2 \cdot (2 \cdot m^2 - 1) \cdot x^2 + 1} \cdot dx$$

(on pose $x = f/f_0$ et $H = 2 \cdot m^2 - 1$)

Pour calculer cette intégrale, on va appliquer le théorème des résidus. Pour cela, on va chercher les pôles du dénominateur

Si $H > 1$ ($m > 1$ car on ne considère que les m positifs), alors les pôles vérifient

$$x^2 = -H \pm \sqrt{H^2 - 1}$$

les pôles sont donc imaginaires purs

Si on pose

$$a = \sqrt{H + \sqrt{H^2 - 1}}$$

on peut noter que les pôles z_i s'écrivent respectivement $z_1 = j \cdot a$, $z_2 = -j \cdot a$, $z_3 = j/a$, $z_4 = -j/a$

Si $H < 1$ ($0 < m < 1$ car on ne considère que les m positifs), alors les pôles vérifient

$$x^2 = -H \pm j \cdot \sqrt{1 - H^2} = e^{\pm j \cdot \varphi} \quad (\pi > \varphi > \pi/2)$$

ce sont les nombres complexes z_1, z_2, z_3 et z_4 , de module égal à 1 qui s'écrivent respectivement

$$z_1 = e^{j \cdot \varphi/2}, \quad z_2 = e^{j \cdot \varphi/2 + \pi} = -z_1, \quad z_3 = e^{-j \cdot \varphi/2 + \pi} \text{ et } z_4 = e^{-j \cdot \varphi/2} = -z_3$$

Nous allons travailler avec la fonction de la variable complexe

$$F(z) = \frac{1}{z^4 + 2 \cdot H \cdot z^2 + 1}$$

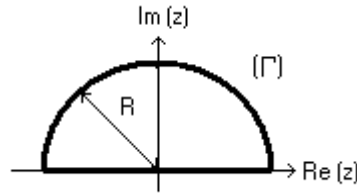
Alors, si (Γ) représente un contour fermé quelconque dans le plan complexe, on peut écrire que

$$\int_{(\Gamma)} F(z) \cdot dz = 2 \cdot j \cdot \pi \cdot \sum \text{Res}_{z \in \Gamma} (F)$$

où les résidus pris en compte sont ceux des pôles de $F(z)$ appartenant au contour (Γ) considéré, la définition du résidu de F pour le pôle z_i étant

$$\text{Res}_{z_1} (F) = \lim_{z \rightarrow z_1} (z - z_1) \cdot F(z)$$

Du calcul des pôles, on va en déduire un parcours judicieux dans le plan complexe, sur lequel l'intégrale sera facile à calculer, et il suffira de calculer la somme des résidus pour trouver le résultat. Nous allons choisir un contour Γ ayant la forme suivante avec R qui tend vers l'infini



Les seuls résidus à prendre en compte sont ceux des pôles à partie imaginaire positive. Quelle que soit la valeur de m considérée, ces pôles sont z_1 et z_3 et on a $z_1 \cdot z_3 = -1$.

$$\text{Res}(z_1) = \lim_{z \rightarrow z_1} \frac{1}{(z+z_1) \cdot (z-z_3) \cdot (z+z_3)} = \frac{1}{2 \cdot z_1 \cdot (z_1^2 - z_3^2)}$$

et

$$\text{Res}(z_3) = \lim_{z \rightarrow z_3} \frac{1}{(z+z_3) \cdot (z-z_1) \cdot (z+z_1)} = \frac{1}{2 \cdot z_3 \cdot (z_3^2 - z_1^2)}$$

globalement, la somme des résidus s'écrit donc

$$\sum \text{Res}_{\subset \Gamma}(F) = \frac{1}{2 \cdot z_1 \cdot (z_1^2 - z_3^2)} + \frac{1}{2 \cdot z_3 \cdot (z_3^2 - z_1^2)} = \frac{1}{2 \cdot (z_1 + z_3)}$$

on remarque que

$$(z_1 + z_3)^2 = z_1^2 + z_3^2 + 2 \cdot z_1 \cdot z_3 = z_1^2 + z_2^2 - 2 = -2 \cdot H - 2 = -4 \cdot m^2$$

et donc que

$$z_1 + z_3 = \pm j \cdot 2 \cdot m \quad (\text{on ne garde que } j \cdot 2 \cdot m)$$

finalement,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) \cdot dx = \frac{2 \cdot j \cdot \pi}{2 \cdot 2 \cdot j \cdot m} = \frac{\pi}{2 \cdot m}$$

Compte tenu de la forme de la fonction intégrée, on peut écrire que

$$\int_0^{+\infty} F(x) \cdot dx = \frac{\pi}{4 \cdot m}$$

Donc finalement, on a

$$B_{\text{eq}} = \frac{\pi \cdot f_0}{4 \cdot m}$$

• Filtre passe-bande du premier ordre.

considérons le filtre suivant $F(f) = \frac{G_0}{1 + j \cdot Q \cdot (f/f_0 - f_0/f)}$

Alors
$$B_{\text{eq}} = \int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + Q^2 \cdot (f/f_0 - f_0/f)^2} \cdot df$$

Pour calculer cette intégrale, on va, là encore, appliquer le théorème des résidus. Pour cela, on va écrire la fonction sous le signe intégrale sous forme d'une fraction rationnelle et chercher les pôles du dénominateur.

$$\frac{1}{1 + Q^2 \cdot (f/f_0 - f_0/f)^2} = \frac{1}{1 + Q^2 \cdot (x - 1/x)^2} = \frac{1}{Q^2} \cdot \frac{x^2}{x^4 + 2 \cdot (\frac{1 - 2 \cdot Q^2}{2 \cdot Q^2}) \cdot x^2 + 1} = \frac{1}{Q^2} \cdot \frac{x^2}{x^4 + 2 \cdot m \cdot x^2 + 1}$$

Dans les équations précédentes, on a posé $x = f/f_0$ et $m = (1 - 2 \cdot Q^2)/(2 \cdot Q^2)$.

$$B_{\text{eq}} = \int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + Q^2 \cdot (f/f_0 - f_0/f)^2} \cdot df = \int_0^{+\infty} \frac{1}{Q^2} \cdot \frac{x^2}{x^4 + 2 \cdot m \cdot x^2 + 1} \cdot f_0 \cdot dx = \frac{f_0}{Q^2} \cdot \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{x^4 + 2 \cdot m \cdot x^2 + 1} \cdot dx$$

Si $m > 1$, alors les pôles vérifient

$$x^2 = -m \pm \sqrt{m^2 - 1}$$

les pôles sont donc imaginaires purs

Si on pose

$$a = \sqrt{m + \sqrt{m^2 - 1}}$$

on peut noter que les pôles z_i s'écrivent respectivement $z_1 = j.a$, $z_2 = -j.a$, $z_3 = j/a$, $z_4 = -j/a$

Si $m < 1$, alors les pôles vérifient

$$x^2 = -m \pm j.\sqrt{1-m^2} = e^{\pm j.\varphi} \quad (\pi > \varphi > 0)$$

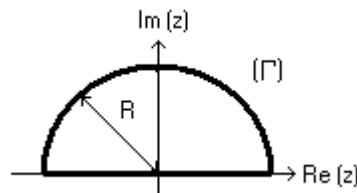
ce sont les nombres complexes z_1, z_2, z_3 et z_4 , de module égal à 1 qui s'écrivent respectivement

$$z_1 = e^{j.\varphi/2}, \quad z_2 = e^{j.\varphi/2+\pi} = -z_1, \quad z_3 = e^{-j.\varphi/2+\pi} \text{ et } z_4 = e^{-j.\varphi/2} = -z_3$$

Nous allons travailler avec la fonction de la variable complexe

$$F(z) = \frac{z^2}{z^4 + 2.m.z^2 + 1}$$

Nous allons choisir un contour Γ ayant a nouveau la forme suivante avec R qui tend vers l'infini



Les seuls résidus à prendre en compte sont ceux des pôles à partie imaginaire positive. Quelle que soit la valeur de m considérée, ces pôles sont z_1 et z_3 et on a $z_1.z_3 = -1$.

Le contour (Γ) étant l'association de l'axe réel (Re) et d'un demi cercle (C). On a

$$\int_{(\Gamma)} F(z).dz = \int_{(\text{Re})} F(x).dx + \int_{(C)} F(z).dz = 2.j.\pi. \sum \text{Res}_{\subset \Gamma} (F)$$

Or, compte tenu de la nature de $F(z)$, on a $\int_{(C)} F(z).dz \xrightarrow{R \rightarrow \infty} 0$

donc finalement

$$\int_{(\text{Re})} F(x).dx = 2.j.\pi. \sum \text{Res}_{\subset \Gamma} (F)$$

Dans notre cas, on a

$$\text{Res}(z_1) = \lim_{z \rightarrow z_1} \frac{z^2}{(z+z_1).(z-z_3).(z+z_3)} = \frac{z_1^2}{2.z_1.(z_1^2 - z_3^2)} = \frac{z_1}{2.(z_1^2 - z_3^2)}$$

et

$$\text{Res}(z_3) = \lim_{z \rightarrow z_3} \frac{z^2}{(z+z_3).(z-z_1).(z+z_1)} = \frac{z_3^2}{2.z_3.(z_3^2 - z_1^2)} = \frac{z_3}{2.(z_3^2 - z_1^2)}$$

globalement, la somme des résidus s'écrit donc

$$\sum \text{Res}_{\subset \Gamma} (F) = \frac{z_1}{2.(z_1^2 - z_3^2)} + \frac{z_3}{2.(z_3^2 - z_1^2)} = \frac{1}{2.(z_1 + z_3)}$$

on remarque que

$$(z_1 + z_3)^2 = z_1^2 + z_3^2 + 2.z_1.z_3 = z_1^2 + z_2^2 - 2 = -2.m - 2 = -\frac{1}{Q^2}$$

et donc que

$$z_1 + z_3 = \pm j/Q \quad (\text{on ne garde que } j/Q)$$

finalement

$$\int_{(\text{Re})} F(x).dx = 2.j.\pi. \sum \text{Res}_{\subset \Gamma} (F) = \pi.Q$$

Finalement, si on ne considère que l'intégrale sur les réels positifs, alors, on a

$$\int_0^{+\infty} F(x).dx = \frac{\pi.Q}{2}$$

La bande équivalente de bruit pour ce filtre vaut donc

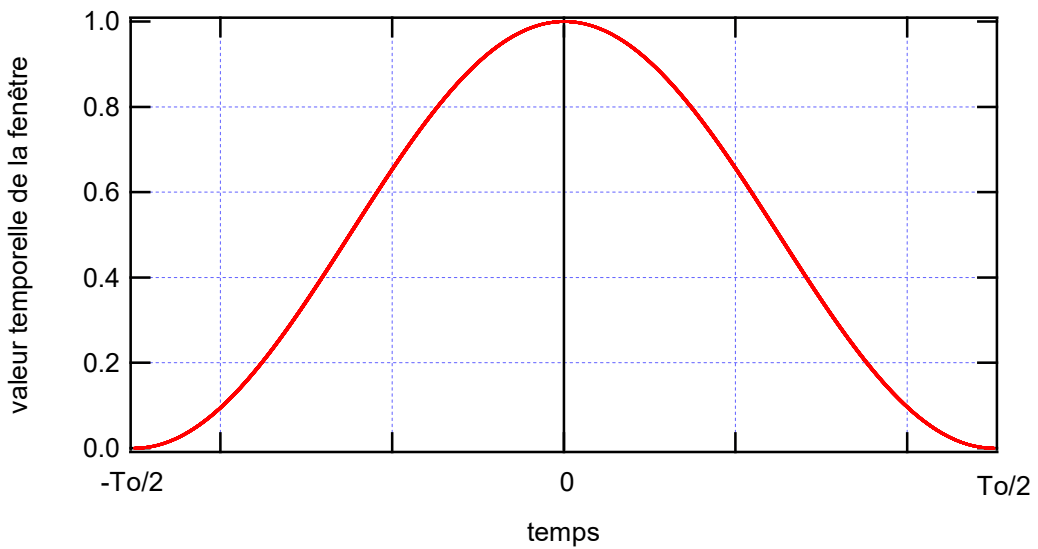
$$B_{eq} = \frac{f_o}{Q^2} \cdot \frac{\pi.Q}{2} = \frac{\pi.f_o}{2.Q}$$

Annexe 2 : La fenêtre de Hanning et ses effets sur le spectre et la densité spectrale de puissance

• **Caractéristiques de la fenêtre :**

Une fenêtre de Hanning, $w(t)$ s'exprime, en fonction du temps, de la façon suivante :

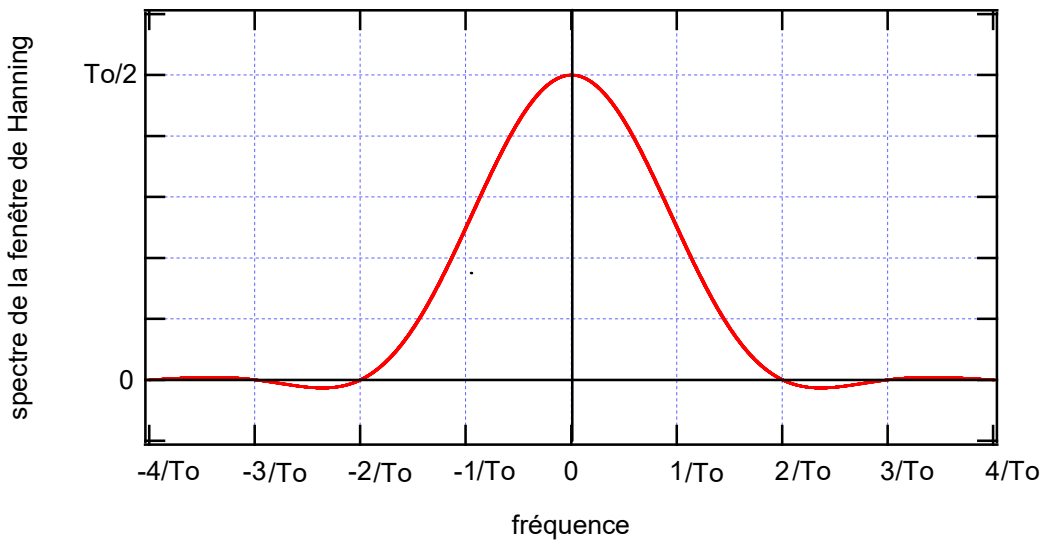
$$w(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{T_o}\right) \right] \text{ pour } |t| \leq T_o/2 \text{ et } w(t) = 0 \text{ pour } |t| \geq T_o/2 \text{ (} T_o \text{ largeur de la fenêtre de troncation)}$$



Si on calcule sa transformée de Fourier $W(f)$, on trouve

$$W(f) = \frac{T_o}{2} \cdot \frac{\sin(\pi.f.T_o)}{\pi.f.T_o} + \frac{T_o}{4} \left[\frac{\sin(\pi.(f-1/T_o).T_o)}{(\pi.(f-1/T_o).T_o)} + \frac{\sin(\pi.(f+1/T_o).T_o)}{(\pi.(f+1/T_o).T_o)} \right]$$

Ce qui correspond à l'allure suivante :



• **Calcul d'une densité spectrale de puissance par périodogramme avec une fenêtre de Hanning :**

Le périodogramme d'un signal est le module au carré de sa transformée de Fourier divisé par le nombre de points de la représentation temporelle de ce dernier.

On commence donc par calculer le spectre FFT dont on prend le module au carré. Pour que les valeurs obtenues de spectre soient correctes, il faut diviser le résultat de calcul de TF par $N/2$. Pour arriver à une densité, il faut également diviser le résultat par le pas de calcul en fréquence égal à $1/T_0$.

Quand on va travailler avec la puissance ou l'énergie d'un signal, le fait d'avoir tronqué par une fenêtre différente d'une fenêtre rectangulaire représente une perte d'énergie. La puissance, l'énergie ou la densité de puissance calculées de cette façon sont donc plus faibles que celle du signal étudié. Si on s'intéresse à la densité spectrale de puissance, le résultat calculé, DSP_{calc} diffère donc du résultat réel $DSP_{\text{réelle}}$. Le rapport entre les deux DSP est donné par le rapport entre les aires au carré d'une fenêtre temporelle rectangulaire de largeur T_0 et d'une fenêtre de Hanning. On a donc

$$\frac{DSP_{\text{réelle}}}{DSP_{\text{calc}}} = \frac{(T_0 \cdot 1)^2}{\left(\int_{-T_0/2}^{T_0/2} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T_0}\right) \right) \right]^2 dt \right)} = \frac{T_0^2}{T_0^2 \cdot \frac{3}{8}} = \frac{1}{0.375} = \frac{8}{3}$$

En appliquant ces différents facteurs au résultat calculé par le module de calcul FFT, on peut remonter à la densité spectrale de puissance de bruit.

Version de décembre 2023

TP n°6 - Photorécepteurs : caractérisation statique et dynamique

Que ce soit dans le monde des télécommunications ou bien celui de l'expérimentation et de la mesure, les photorécepteurs ont une place essentielle dans la physique expérimentale. Dans ce TP nous essayons de mettre en évidence les principales propriétés d'un photorécepteur particulier: la **photodiode**.

Mise en garde : le matériel mis à votre disposition est cher, il faut donc être très précautionneux. Les principales caractéristiques que nous souhaitons mettre en évidence sont

- la caractéristique courant-tension,
- la sensibilité spectrale,
- le courant d'obscurité,
- l'étude en régime dynamique d'un montage récepteur.

A. Étude statique

I. Principe de l'étalonnage des sources

Une des difficultés des mesures "photométriques" est de disposer d'un faisceau lumineux connu. Nous utiliserons ici un récepteur calibré en guise d'étalon de mesure. Nous disposons de trois sources de lumière (diode électroluminescente - LED) réunies dans un même boîtier : une source rouge (R : $\lambda =$ entre 640 et 660 nm – intensité max ≈ 1200 mcd), une verte (V : $\lambda = 525$ nm – intensité max ≈ 1050 mcd) et une bleue (B : $\lambda = 470$ nm – intensité max ≈ 1000 mcd). Il s'agira donc dans une première étape d'étalonner ces sources.

Le montage utilisé est celui d'une diode polarisée en direct. La LED est ici alimentée par une source de courant dont le schéma est donné figure 1. (Schéma identique pour les trois types de LED). Le potentiomètre P_0 permet de régler le courant direct dans la diode (noté I_F), la tension à ses bornes est V_F .

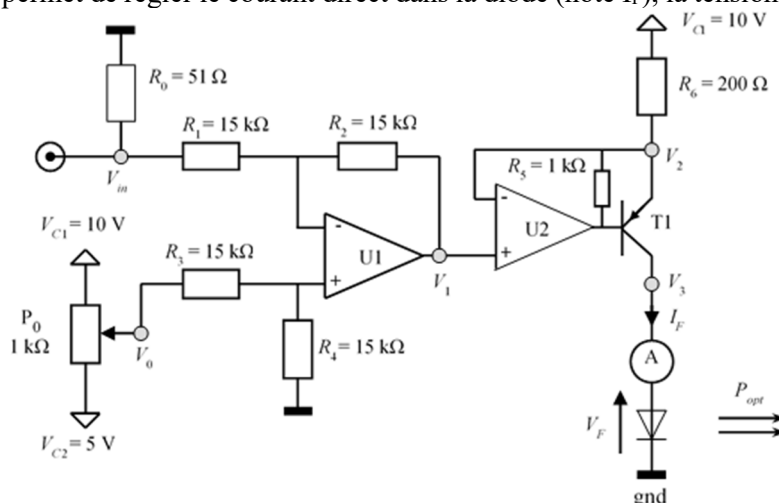


Figure 1. Circuit de commande de la diode électroluminescente

Si l'amplificateur opérationnel fonctionne bien dans son domaine linéaire, alors le courant I_F est donné par la formule suivante :

$$I_F = \frac{V_{c1} - V_2}{R_6}$$

On donne ici : $V_{CC} = 15$ V ; $V_{c1} = 10$ V ; $R_6 = 200$ Ω . $V_2 = V_0$ est modifiée par le potentiomètre en bas à gauche de la maquette.

La tension aux bornes de la LED utilisée est accessible sur la borne V_3 . La tension V_i est accessible sur la borne V_2 .

Le détecteur étalon est lui-même un photomètre à diode PIN qui délivre l'information *flux* reçu (en W) que nous appellerons P_{opt} par la suite; on doit bien sûr ajuster la gamme de mesure de puissance au cas réel. Ce photomètre est calibré pour différentes longueurs d'onde, il convient de bien sélectionner celle qui correspond à la LED étudiée.

On dispose d'un banc optique permettant de placer le boîtier contenant les sources, une lentille et le photomètre. On peut donc faire l'image de la source sur le photomètre étalon à l'aide de la lentille fournie afin de récolter le maximum de flux optique. Compte tenu des positions des trois LED sur un même axe vertical il faut déplacer verticalement le boîtier à chaque changement de LED, et si nécessaire reprendre légèrement le réglage de focalisation.

II. Etude des caractéristiques de la Photodiode à étudier

On utilise une photodiode OPT-P100-6 (Silicon Sensors) de type PIN, dont les électrodes (anode et cathode) sont reliées à un connecteur BNC. Pour ce modèle l'anode est reliée au boîtier.

II.1. Caractéristiques importantes d'une photodiode :

Si on fait varier la puissance optique reçue par le composant, on constate, lorsque la photodiode est polarisée en inverse, que le courant inverse qui la traverse va augmenter. L'évolution de ce courant en fonction de la puissance lumineuse incidente P_{opt} peut être modélisé de la façon suivante :

$$I_{ph} = I_{obs} + S(\lambda) \cdot P_{opt}$$

Où $S(\lambda)$ est la sensibilité spectrale de la photodiode (exprimée en A/W) et I_{obs} le courant d'obscurité que l'on pourra négliger dans un premier temps.

On peut montrer (Cf annexe2) que quand la longueur d'onde est assez faible pour que chaque photon apporte assez d'énergie ($\lambda < \lambda_g$) que

$$S(\lambda) = \frac{n_e \cdot \frac{e}{\Delta t}}{\frac{n_p \cdot \frac{h \cdot c}{\lambda}}{\Delta t}} = \eta \cdot \frac{e \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

où η est le rendement quantique (rapport du nombre d'électrons mis en conduction sur le nombre de photons reçus), h la constante de Planck ($h \approx 6.62 \cdot 10^{-34}$ J.s), e la charge élémentaire, c la célérité de la lumière dans le vide et λ la longueur d'onde. Si $\lambda > \lambda_g$, alors $S(\lambda)$ est nulle.

En pratique, η dépend surtout de la réflexion à l'interface air/semi-conducteur, ce coefficient de réflexion dépend de l'indice du semi-conducteur qui dépend de la longueur d'onde donc $\eta(\lambda)$.

On pourra mesurer la sensibilité spectrale de la photodiode pour chaque longueur d'onde de l'émetteur et comparer les résultats obtenus à la courbe typique fournie par le constructeur (figure 2).

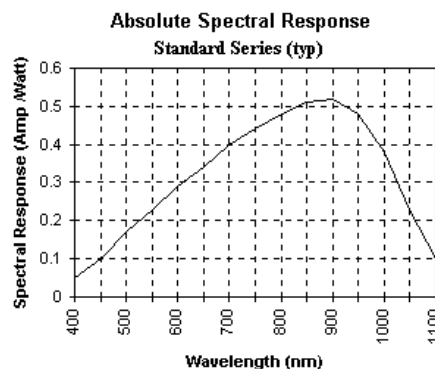


Figure 2. Sensibilité spectrale

Pour observer le courant dans la photodiode, on peut envisager de réaliser différents circuits électroniques, dont le but sera de réaliser une conversion courant/tension. Nous allons maintenant présenter deux solutions pour réaliser cette conversion.

II.2. Première solution :

Le montage de base de la photodiode est donné figure 3.

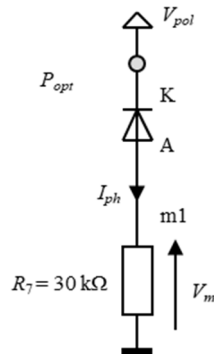


Figure 3. Montage de polarisation de la photodiode.

Relier m1 à A. La photodiode est alors polarisée en inverse sous une tension qui dépend de V_{pol} (ajustable par un potentiomètre) et de la chute de tension dans R_7 . La résistance R_7 assure la conversion du courant photonique (noté I_p) en tension à mesurer $V_m = R_7 \cdot I_p$. On donne $R_7 = 30 \text{ k}\Omega$ (résistance à 1%). On réalisera la mesure de V_m et de V_{pol} avec l'oscilloscope muni de sondes de tension atténuatrices par 10. On pourra alors en déduire la tension aux bornes de la diode ainsi que le courant photonique. La tension aux bornes de R_7 peut également être mesurée avec un voltmètre.

II.3. Seconde solution

On considère le montage de la figure 4, montage dit de transconductance, associant la photodiode, polarisée sous la tension V_{pol} , à un amplificateur opérationnel (relier m2 à A). On relie donc maintenant A à l'amplificateur opérationnel. On a pris ici la même valeur pour la résistance que dans l'étude précédente ($R_T = 30 \text{ k}\Omega$ et $C_T = 10 \text{ pF}$).

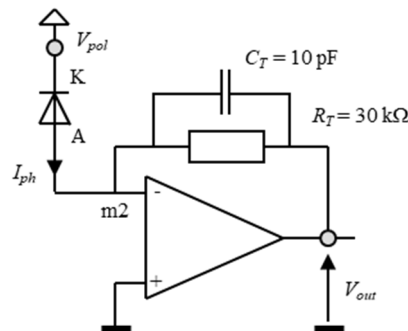


Figure 4. Montage transconductance.

Ce circuit réalise une conversion courant tension et permet donc d'observer à l'oscilloscope une tension image du courant qui traverse la photodiode.

Etablir la fonction de transfert de ce circuit.

III. Travail expérimental

Phase 1 : caractérisation spectrale des LED

Pour commencer, nous allons tester les trois LED au moyen d'un spectromètre (un spectromètre pour deux binômes).

Notez la fréquence centrale d'émission des 3 LED ainsi que la largeur à mi-hauteur de la réponse. On utilisera ensuite la valeur ainsi obtenue de la longueur d'onde moyenne d'émission des LED pour régler la fréquence de travail du photomètre dans la partie suivante quand on caractérisera la réponse de la photodiode sur les trois longueurs d'onde de travail.

Les spectromètres sont des appareils coûteux et très fragiles (ils ne doivent pas subir de chocs). Dès les mesures terminées, vous devrez ranger les appareils dans leur mallette avec les différents éléments (spectromètre, fibre, support de fibre, câble USB).

Phase 2 : l'étalonnage

Nous allons maintenant chercher à étudier les caractéristiques de notre photodiode pour l'une des trois longueurs d'onde. L'idéal est que sur les six groupes de TP, deux travaillent sur la LED rouge, deux sur la verte et deux sur la bleue. On pourra ensuite comparer les résultats obtenus sur la LED et la photodiode pour les différentes longueurs d'onde de travail.

Nous allons commencer par étalonner le système avec la LED pour la longueur d'onde choisie. On connecte la fiche banane blanche à la fiche banane de la couleur choisie (I_{out}) en intercalant un ampèremètre.

On réalise les réglages optiques nécessaires, afin d'obtenir une image de la LED la plus lumineuse et la plus petite possible sur notre récepteur étalon (le récepteur calibré du photomètre). A ce moment, demander à l'encadrant de vérifier que le montage est correct optiquement.

On place alors le récepteur étalon afin que la tache image soit intégralement comprise sur la pastille réceptrice du récepteur étalon. On cache l'ensemble avec un morceau de tissu sans interrompre le faisceau. On note avec le photomètre la plage de puissance qui peut être explorée. Si le maximum est inférieur à $500\mu W$, on choisira 10 points de mesures pour des puissances équi-réparties sur cette plage. Sinon, on prendra des points tous les $50\mu W$ entre 0 et $500\mu W$.

Pour les puissances de travail définies précédemment, on relève alors :

- le courant I_F dans la LED avec l'ampèremètre.
- la tension V_F aux bornes de la LED avec une sonde d'oscilloscope sur la borne V_3
- la puissance émise P_{opt} avec le photomètre

On saisit sur Igor le tableau d'étalonnage donnant P_{opt} en fonction de I_F qui nous servira par la suite

On trace également les caractéristiques optoélectroniques de la LED : $I_F(V_F)$ et $P_{opt}(I_F)$. A partir de quelle valeur de V_F le courant I_F commence-t-il à augmenter notablement ? Que dire de l'allure de $P_{opt}(I_F)$?

Phase 3 : utilisation de l'étalonnage

Ceci étant fait, **sans bouger la LED ou la lentille**, on retire le récepteur étalon (dont la tête doit être remise dans son sachet) et on le remplace par la photodiode à étudier, en prenant soin de la placer de telle sorte que la tache image de la source soit intégralement comprise sur sa partie réceptrice.

On relie la photodiode à la partie « réception » de la maquette et on placera les cavaliers sur la maquette afin d'utiliser le montage transconductance (Cf fig. 4).

On se place à une valeur de I_F non nulle du tableau d'étalonnage relevé précédemment, ce qui nous conduit à envoyer sur la photodiode une puissance P_{opt} connue donnée dans notre tableau. Si, pour cette valeur de P_{opt} (et donc I_F) fixée, on fait varier V_{pot} avec le potentiomètre dédié, que dire de V_{out} et donc de I_{ph} ?

En fixant V_{pol} à 10V (la tension aux bornes de la diode en convention récepteur est $-V_{pol}$ et avec ce circuit, elle reste forcément négative), si on fait varier I_F et donc P_{opt} , que dire de V_{out} ? Conclusion, quel paramètre a de l'influence sur le courant dans la photodiode ?

Pour déterminer la sensibilité spectrale, on va garder V_{pol} à 10V ce qui signifie que la photodiode reste polarisée en inverse sous -10V. Dans ces conditions, pour les valeurs de P_{opt} définies lors de l'étalonnage (on règle I_F pour imposer P_{opt}), mesure V_{out} et en déduire I_{ph} en divisant par la valeur de R_T (30k Ω).

Phase 4 : exploitation des mesures

Tracez $I_{ph}(P_{opt})$ avec le courant en A et P_{opt} en W. Ajuster la courbe par un modèle linéaire et en déduite la sensibilité spectrale S pour la longueur d'onde de travail. On comparera alors le résultat obtenu à ce qui a été trouvé par les autres groupes sur les autres longueurs d'onde. Est-ce cohérent avec la courbe de sensibilité donnée dans le texte ? On calculera le rendement quantique. Pourquoi le rendement quantique est-il inférieur à 1 dans ce dispositif ?

B. Étude dynamique

I. Principe de la modulation

Le montage permettant de moduler la puissance optique émise par la LED est donné figure 5. La modulation est obtenue à partir d'une tension de commande qui est la somme d'une composante continue (fixant la valeur moyenne) et d'une composante alternative (fixant la modulation).

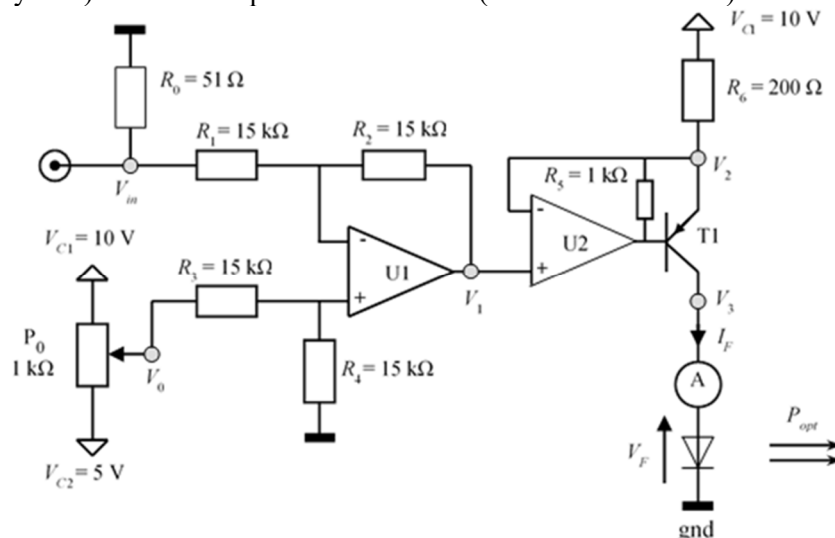


Figure 5. Modulation d'un faisceau lumineux.

La photodiode étant sensible à la puissance optique c'est elle qui assure directement la démodulation. Choisir (en réglant V_0) un point de polarisation "bien placé" de façon à obtenir un comportement linéaire.

Remarque : Pour réaliser la superposition d'une composante continue d'éclairage avec une fluctuation, on a intégré un soustracteur au circuit. Ce dernier est réalisé avec des résistances de 15k (avec sur l'entrée v_m une résistance de 50 Ω en parallèle sur le générateur). Cette configuration permet de retrouver exactement la tension V_0 en sortie du soustracteur quand on n'applique pas de tension sur v_m . En revanche, lorsque cette dernière est non nulle, en sortie, on récupère

$$V_1 = V_0 - V_m$$

On va ainsi pouvoir moduler I_F de la façon suivante :

$$I_F = \frac{V_{c1} - V_o + V_m}{R_6} = \langle I_F \rangle + \tilde{I}_F$$

I_F présente donc une valeur moyenne qui permet de définir le point de fonctionnement et une ondulation qui va permettre transmettre l'information.

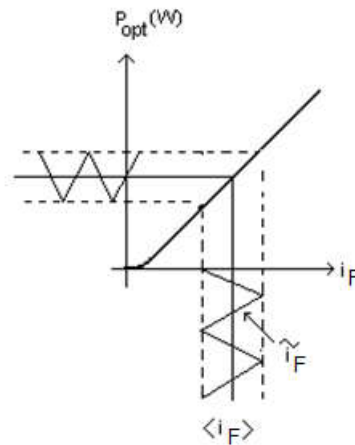


Figure 6. Modulation de la puissance par le courant.

II. Travail expérimental

Partie 1 : Approche qualitative et principe du transfert d'information par un signal lumineux

Appliquer un signal sinusoïdal ou carré, très basse fréquence, à l'entrée modulation V_{mod} et observer le comportement de la LED.

On augmente la fréquence de modulation. On fera augmenter la fréquence de 1 Hz jusqu'à 30 Hz environ. Jusqu'à quelle fréquence l'œil est-il sensible à la variation d'intensité ?

Observer les conditions limites conduisant à un effet non linéaire dans la modulation (rôle du courant moyen dans la LED, de la tension de modulation et de la photodiode).

On se regroupe sur un poste pour montrer comment transmettre un signal de type "audio" et le récupérer. On prendra l'image électrique d'un signal audio délivré par un walkman que l'on injectera sur l'entrée BNC de modulation du courant injecté dans la LED et on enverra le signal de sortie du circuit de mise en œuvre de la photodiode vers un haut-parleur. Quel est le type de modulation mis en œuvre ? Quel est l'ordre de grandeur de la fréquence porteuse ? Vérifiez l'effet d'une coupure du faisceau ou d'une moins bonne focalisation sur la photodiode.

Partie 2 : Effet de la tension de polarisation inverse sur la réponse dynamique du système

- On commence par fixer la valeur moyenne de I_F pour permettre une modulation sans distorsion. Avec un signal sinusoïdal à l'entrée V_m , observer le signal V_{out} en sortie du montage de détection (figure 4).

- Pour des valeurs de la tension de polarisation de la photodiode de -1V, -3V et -12V, relever l'évolution du gain linéaire et du déphasage, associés à la fonction de transfert de l'ensemble du système de transmission

$$\bar{T} = \frac{\overline{V_{out}}}{\overline{V_m}}$$

. On relèvera la première manuellement en essayant d'optimiser la qualité de la mesure. Les deux suivantes seront relevées en utilisant le module de relevé automatique du diagramme de Bode des oscilloscope DSOX1102G (par l'approche fréquentielle classique).

- Ceci étant fait, faites un relevé par FFT de la réponse impulsionnelle en utilisant la macro Igor d'acquisition et le module Igor de génération d'impulsions. On travaillera en mode AC afin de se débarrasser des composantes continues, on prendra une « impulsion » en forme de sinus cardinal (justifier pourquoi) dont on choisira judicieusement la largeur, la période de répétition (et donc la durée d'acquisition) et l'amplitude, compte tenu du système étudié. **On n'utilisera pas l'option « AutoV » qui ajuste l'amplitude de la voie de sortie automatiquement.** Le niveau de synchronisation devra être manuellement abaissé afin que la synchronisation se fasse correctement (en raison de l'impédance d'entrée de 50Ω de la maquette).

Remarque : la macro de génération d'impulsions ne prend pas en charge la synchronisation et le niveau du signal de sortie qu'il faut veiller à ajuster correctement à chaque essai, pour éviter notamment les problèmes d'écrêtage...

• *Bilan :*

- Superposez sur le même graphe les fonctions de transfert obtenues par analyse en régime sinusoïdal et par FFT de réponse impulsionnelle pour chaque tension de polarisation appliquée à la photodiode. Les résultats sont-ils cohérents ?
- Pour l'une des tensions de polarisation, faire un ajustement sous Igor du module du gain avec un modèle de passe-bas du second ordre. Conclusion ?
- Globalement, quelle est l'effet de la valeur de la tension de polarisation sur la rapidité du système ?

Partie 3 : Mesure de la capacité de jonction d'une photodiode en fonction de la polarisation

Appliquer un signal carré à l'entrée modulation v_m d'amplitude ± 100 mV (justifier cette amplitude) et de fréquence 500 Hz (après avoir mis V_o à une valeur qui permet de moduler linéairement sans avoir trop de puissance lumineuse en moyenne) et observer le signal aux bornes du circuit de la figure 3 (montage le plus simple avec la photodiode et la résistance de 30 kΩ).

Nous allons nous intéresser au temps de montée de la tension aux bornes de R_m observée à l'oscilloscope. On commence par appliquer une tension V_{pol} afin de porter la valeur absolue de la tension moyenne aux bornes de la diode à 0,5V, valeur que l'on augmentera par la suite par pas de 0,5V jusqu'à 5V puis par pas de 1V. Observer la tension aux bornes de la résistance et comparer notamment les temps de montée et de descente de cette tension.

Pour mesurer la tension aux bornes de la photodiode, on branchera un voltmètre sur la diode avec deux pinces crocodile (on retirera le voltmètre au moment de la mesure du temps de réponse car le branchement de ce dernier perturbe parfois le signal). Pour chaque valeur de la tension moyenne aux bornes de la diode, on mesurera le temps de réponse à 63%.

Exploitation des mesures : On supposera que le temps de réponse obtenu est le produit de la valeur de la résistance utilisée par la capacité de jonction de la photodiode. En déduire la courbe donnant l'évolution de la capacité de jonction en fonction de la tension aux bornes de la diode. Faire un ajustement de cette courbe avec la fonction suivante :

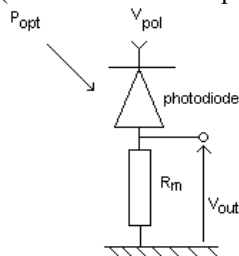
$$C_a(V_{diode}) = C_o + \frac{C_1}{(A_1 + V_{diode})^{1/2}}$$

Que représente C_o ? Justifier l'évolution de la capacité avec la tension aux bornes de la diode.

Exercices

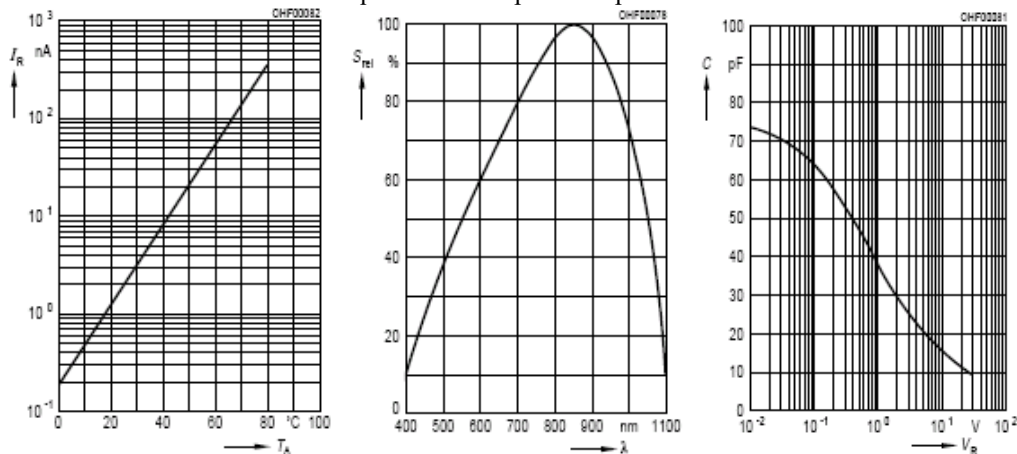
Avant la séance de TP suivante, vous rédigerez les réponses aux questions suivantes dans votre cahier de TP.

Question 06_07-A : On observe la tension V_{out} aux bornes de la résistance R_m de $30\text{ k}\Omega$ avec un oscilloscope dont on adoptera le modèle au premier ordre ($R_o = 1\text{ M}\Omega$ et $C_o = 12\text{ pF}$).



Le flux lumineux incident présente une fluctuation sinusoïdale de fréquence 1 kHz , 10 kHz puis 500 kHz . Est-il nécessaire d'utiliser une sonde d'oscilloscope pour éviter que la chaîne de mesure ne modifie le photocourant de plus de 4% de sa valeur ?

Question 06_07-B : On met en œuvre une photodiode BPW34 dans le circuit électrique de structure précédente. On donne les caractéristiques suivantes pour une photodiode BPW34:



La première courbe donne le courant d'obscurité en fonction de la température, la seconde donne la sensibilité spectrale de la photodiode en fonction de la longueur d'onde en pourcentage de la valeur maximale (cette dernière sera supposée égale à 0.5 A/W) et la troisième donne la capacité de jonction de la photodiode en fonction de sa tension inverse de polarisation.

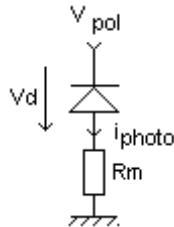
La résistance R_m vaut $30\text{ k}\Omega$. La puissance optique incidente provient d'une LED qui émet autour de 525 nm et elle est modulée. Elle est la somme d'une puissance moyenne de $200\text{ }\mu\text{W}$ et d'une fluctuation sinusoïdale d'amplitude crête à crête $20\text{ }\mu\text{W}$. L'expérience est réalisée à 30°C . Le courant d'obscurité a-t-il une incidence importante sur la réponse de sortie (justifier) ? A quelle valeur minimale doit-on porter V_{pol} pour que la photodiode reste polarisée en inverse ? On polarise finalement avec $V_{pol} = 10\text{ V}$. Jusqu'à quelle valeur peut porter la fréquence pour que la photodiode et son circuit associé restent dans leur bande passante ?

Question 06_07-C : On souhaite observer la réponse en fréquence d'une chaîne optoélectronique avec une LED associée à une source de courant commandée en tension pour émetteur et une photodiode avec son circuit transconductance comme récepteur. Ce système est un passe-bas résonant. Quand on change la polarisation de la photodiode, on observe une fréquence de résonance qui évolue environ entre 150 kHz et 400 kHz . Afin d'observer en temps réel l'effet de la polarisation de la photodiode sur la réponse fréquentielle de la chaîne, proposez les caractéristiques de l'impulsion (amplitude, forme, largeur) à appliquer en entrée de la source de courant, et les caractéristique d'acquisition (durée) pour observer cette réponse par TF de réponse impulsionnelle.

Annexe 1 : comparaison de deux circuits de mise en œuvre de la photodiode en statique

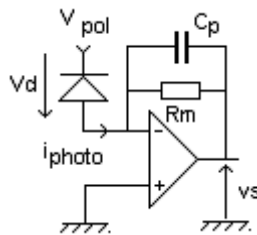
Deux circuits sont proposés. Vous pouvez choisir l'un ou l'autre avec deux cavaliers à placer judicieusement. La résistance de mesure R_m vaut $30k\Omega$ afin d'obtenir des tensions assez élevées compte tenu de la faible valeur des photocourants. La tension V_{pol} peut être modifiée au moyen d'un potentiomètre. Le potentiomètre n'a pas de butée lorsqu'on atteint la valeur maximale.

- *Circuit le plus simple :*



avantage : simplicité et plus facile pour remonter à la capacité de jonction de la photodiode.
 inconvénient : on place l'appareil de mesure de tension en parallèle avec la résistance de mesure R_m et l'impédance d'entrée de ces derniers va fausser le résultat, car elle n'est pas assez forte devant la résistance de mesure.

- *Circuit un peu plus complexe :*



$$\langle v_s \rangle = -R_m \cdot \langle i_{photo} \rangle \quad \text{avec} \quad V_d = -V_{pol}$$

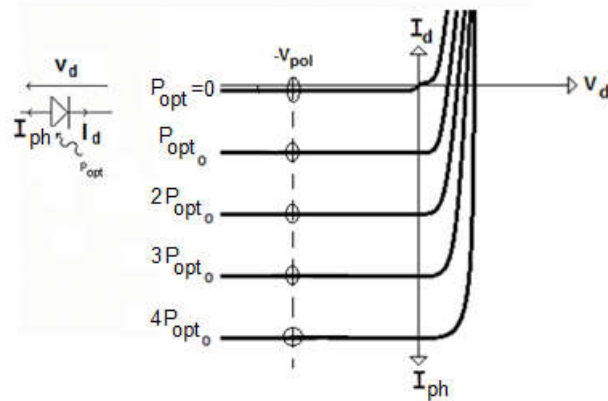
avantage : on fixe directement la tension de polarisation avec V_{pol} et on ne place pas l'appareil de mesure de tension en parallèle avec la résistance de mesure.

inconvénient : effet éventuellement perturbateur des défauts de l'amplificateur opérationnel, un composant supplémentaire, besoin d'une capacité C_p pour éviter une instabilité due à l'amplificateur...

Annexe 2 : caractéristique statique d'une photodiode

Le flux lumineux émis par la LED va être en partie converti en courant par la photodiode. Ce courant I_r sera alors converti en tension V_{out} (plus facile à visualiser que I_r) au moyen d'un montage transconductance.

Régime statique : Compte tenu de la structure du montage transconductance, la photodiode est directement polarisée sous la tension $-V_{pol}$. Sur la figure suivante, on a représenté la caractéristique courant en fonction de la tension de la photodiode, pour différents flux lumineux reçus. En la polarisant en inverse (sous $-V_{pol}$) on se retrouve donc sur des points de fonctionnement du type de ceux qui sont entourés.



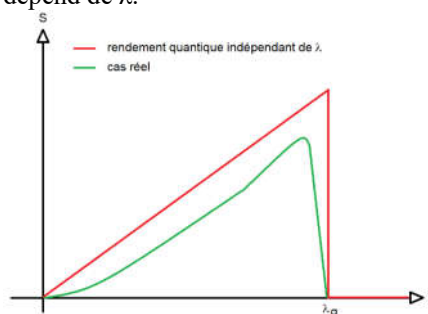
Dans ce cas, le courant inverse I_r dans la photodiode peut s'écrire, pour des éclaircissements suffisants

$$I_{ph} = I_{obs} + S(\lambda) \cdot P_{opt}$$

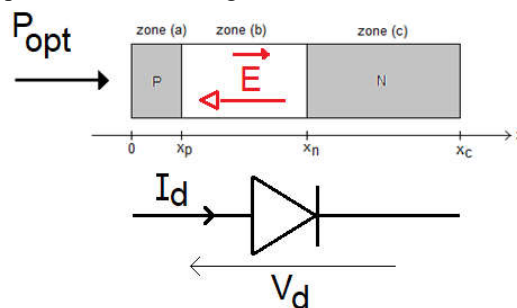
I_{obs} s'appelle courant d'obscurité (courant quand P_{opt} est nul) et P_{opt} représente la puissance optique reçue. En statique, on peut donc dire que le courant dans la photodiode est pratiquement proportionnel à la puissance lumineuse reçue. Le paramètre $S(\lambda)$ est appelé sensibilité spectrale. Ce terme s'annule au-delà d'une certaine longueur d'onde, dite longueur d'onde de gap (λ_g) quand les photons n'apportent plus assez d'énergie pour créer des porteurs (faire passer des électrons de la bande de valence à la bande de conduction). En première approximation, on peut écrire que

$$S(\lambda) = \frac{n_e \cdot \frac{e}{\Delta t}}{n_p \cdot \frac{h \cdot c}{\lambda}} = \eta \cdot \frac{e \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

Où e est la charge de l'électron, h la constante de Planck, c la célérité de la lumière dans le vide, n_e le nombre d'électrons mis en conduction en fonction du nombre n_p de photons reçus et η le rendement quantique. Si on suppose ce dernier constant, on a une croissance linéaire de S avec λ jusqu'à λ_g puis S qui reste nulle au-delà de λ_g . En pratique, le rendement dépend de λ car sa valeur dépend surtout de la réflexion à l'interface air/semi-conducteur et le coefficient de réflexion dépend de λ .



Pour comprendre l'origine du rapport linéaire entre le photocourant et la puissance lumineuse incidente sur une longueur d'onde donnée, on peut se référer à la figure suivante :

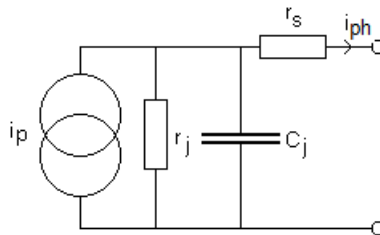


La zone P sera supposée assez étroite pour que tout le flux qui rentre dans le semi-conducteur arrive dans la zone (b) sans avoir été absorbé, mais est absorbé avant d'avoir atteint la zone (c). Pour ça, la zone (b) doit avoir une épaisseur plusieurs μm alors que la zone (a) doit être de largeur $\ll 1\mu\text{m}$. Dans ce cas, si les photons sont de longueur d'onde assez faible (qu'ils apportent assez d'énergie), ils vont créer des paires électron-trous dans la zone (b). Cette dernière est une zone ionisée dans laquelle règne un champ électrique orienté de droite à gauche sur la figure (zone de charge d'espace). Ce champ va dissocier les paires et faire partir les électrons vers la droite et les

trous vers la gauche. On a donc un courant orienté de droite à gauche ce qui correspond bien au courant inverse d'une diode. Par ailleurs, ce courant dépend directement du nombre de photons reçus et donc du nombre de paires électron-trou créées car les porteurs créés n'ont pas le temps de se recombiner.

Annexe 3 : réponse dynamique de la photodiode suivant le circuit utilisé

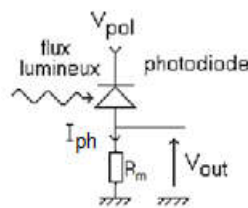
Modèle en régime dynamique de la photodiode: Si on ne tient compte que de la variation des signaux (signal dont on a retiré la composante continue), la photodiode peut être représentée de la façon suivante :



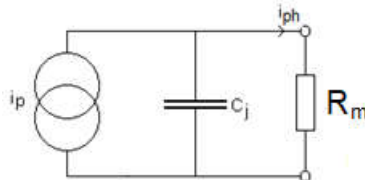
En pratique, on peut considérer que r_j (résistance de jonction) est pratiquement infinie et que r_s (résistance de connectique) est très faible. C_j est la capacité de jonction (elle est d'autant plus faible que la jonction est fortement polarisée en inverse). Le courant i_p est le courant résultant du flux lumineux ϕ .

Premier circuit :

Considérons le circuit suivant :



Sachant que $r_s \ll R_m \ll r_j$, le circuit étudié devient, en régime de variation



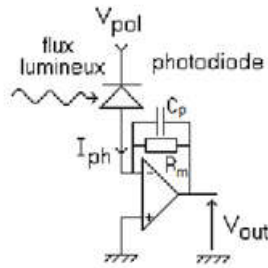
La réponse du système est alors de la forme

$$V_{out}(p) = \frac{-R_m}{1+R_m \cdot C_j \cdot p} \cdot i_p(p) = \frac{-R_m}{1+R_m \cdot C_j \cdot p} \cdot s(\lambda) \cdot P_{opt}(p)$$

Le temps de réponse de ce système est donc $\tau = R_m \cdot C_j$. Sachant que les éclairages usuels conduisent à des courants de l'ordre de quelques 10 μA , il faut prendre R_m de quelques 10k Ω pour obtenir une tension de sortie raisonnable... Avec ce circuit, la photodiode répond donc lentement si on veut un niveau de signal suffisant.

Second circuit :

Dans ce cas, l'ensemble photodiode + montage transconductance peut être représenté, pour ce qui concerne les variations par une fonction de transfert d'ordre 2.

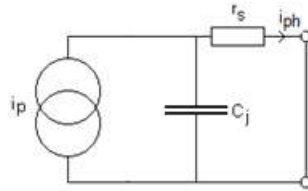


Pour comprendre ce point, on peut procéder de la façon suivante. Le courant i_{ph} qui sort de la photodiode conduit à la tension v_{out} par l'intermédiaire d'une fonction de transfert telle que

$$V_{out}(p) = \frac{-R_m}{1 + R_m \cdot C_p \cdot p} \cdot i_{ph}(p)$$

Le rôle de l'amplificateur inverseur est de compenser le gain statique négatif du circuit transconductance, chargé de réaliser la conversion courant/tension.

Ce courant i_{ph} est lié au courant i_p résultant du flux lumineux incident. Compte tenu de la structure du montage transconductance, pour trouver la relation entre i_p et i_r , on peut raisonner, en régime variable, à partir du schéma suivant :



on a alors

$$i_{ph}(p) = \frac{1}{1 + r_s \cdot C_j \cdot p} \cdot i_p(p)$$

Globalement, on a donc

$$V_{out}(p) = \frac{-R_m}{1 + R_m \cdot C_p \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + r_s \cdot C_j \cdot p} \cdot i_p(p) = \frac{-R_m}{1 + R_m \cdot C_p \cdot p} \cdot \frac{1}{1 + r_s \cdot C_j \cdot p} \cdot S(\lambda) \cdot P_{opt}(p)$$

Avec ce circuit, la photodiode répond plus vite que dans le précédent (son temps de réponse est $\tau = r_s \cdot C_j \dots$ on ne peut pas faire plus rapide à ce niveau avec cette photodiode...). En revanche, l'amplificateur contribue également au temps de réponse et va dégrader ce dernier.

Version de janvier 2024

Modulation et démodulation de fréquence

A. La Modulation de fréquence

I. Modulation de fréquence : rappels

1. Représentation dans le domaine temporel

Soit $u(t)$ un signal sinusoïdal d'amplitude constante et de phase instantanée $\Phi(t)$: $u(t) = A_c \cdot \cos(\Phi(t))$.

Si f_c est la fréquence du signal porteur, alors $\Phi(t)$ s'écrit $\Phi(t) = 2\pi f_c t + \varphi(t)$ où $\varphi(t)$, qui représente l'écart de phase par rapport à la porteuse, contient l'information à transmettre.

On parle de modulation de phase lorsqu'à chaque instant $\varphi(t)$ est proportionnel au signal modulant $m(t)$. Le signal modulé en phase s'exprime alors de la façon suivante :

$$u(t) = A_c \cos(2\pi \cdot f_c t + k_p m(t))$$

On parle de modulation de fréquence lorsque la dérivée de φ par rapport au temps est proportionnelle au signal modulant. Supposons que $f(t) = f_c + k_f m(t)$, le signal modulé en fréquence s'exprime alors de la façon suivante :

$$u(t) = A_c \cos\left(2\pi \cdot f_c t + 2\pi \cdot k_f \int m(\tau) d\tau\right).$$

A un dérivateur ou un intégrateur près les deux types de modulations sont donc identiques.

L'étude sera faite ici pour la modulation de fréquence.

Supposons maintenant que le signal modulant soit de type sinusoïdal $m(t) = A_m \cdot \cos(2\pi f_m t)$, alors le signal modulé est donné par :

$$u(t) = A_c \cos[2\pi \cdot f_c t + \beta \cdot \sin(2\pi \cdot f_m t)]$$

où l'on a défini la déviation ou excursion en fréquence $\Delta f = k_f \cdot A_m$ (donc $f_{max} - f_{min} = 2 \cdot \Delta f$) et l'indice de modulation $\beta = \Delta f / f_m$.

2. Représentation dans le domaine fréquentiel

Pour déterminer le spectre du signal modulé en fréquence $u(t)$, il faut faire un développement en série de

Fourier de $\exp[j\beta \sin(\Omega t)]$, à savoir $\exp[j\beta \sin(\Omega t)] = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} J_n(\beta) \exp(jn\Omega t)$ où les $J_n(\beta)$ sont les

fonctions de Bessel de première espèce données par $J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \exp[j(\beta \sin x - nx)] \cdot dx$. Ainsi on obtient

avec $\Omega = 2\pi f_m$:

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_c J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t].$$

Remarque : pour une modulation à faible indice ($\beta \ll 1$) le spectre a la même forme que celui d'une modulation d'amplitude.

Le spectre est alors défini par:

$$U(f) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \left[\frac{A_c J_n(\beta)}{2} \delta[f - (f_c + n f_m)] + \frac{A_c J_n(\beta)}{2} \delta[f + (f_c + n f_m)] \right].$$

Les fonctions $J_n(\beta)$ s'annulent régulièrement quand β varie et en particulier $J_0(\beta) = 0$ pour $\beta = 2, 4$. Dans ce cas, la porteuse disparaît dans le spectre.

L'encombrement spectral est plus important que dans le cas de la modulation d'amplitude, et l'on montre que pour β grand 98% de l'énergie est comprise dans une bande appelée **bande de Carson** qui vaut

$$B = 2(\beta + 1).f_m = 2.\Delta f \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = 2(\Delta f + f_m)$$

II. Etude expérimentale

Avant de commencer, vérifiez que les deux voies de sortie du 33512B et la sortie du 33220A sont réglées avec « Output Load » = « High Z ». Ceci étant fait, on ne modifiera plus ce réglage dans la suite.

Le signal modulé en fréquence est produit ici par l'une des voies de sortie d'un générateur de fonctions Agilent **33512B** pour lequel on peut définir une porteuse de fréquence f_c (touches « waveform » pour choisir la sinusoïde et « parameters » pour la fréquence et l'amplitude) et un signal modulant de type sinusoïdal, avec une fréquence de modulation f_m et une déviation Δf (touche "Modulate", en cochant « on » puis "Type" FM, "Source" Interne, Modulation Frequency, Deviation, "Shape" Sine). L'indice de modulation vaut donc : $\beta = \Delta f / f_m$.

1. Etude en basse fréquence

On règle dans un premier temps $f_c=300\text{kHz}$, $f_m=1\text{Hz}$ et une déviation $\Delta f = 10\text{kHz}$. Observer grâce à cette modulation "basse-fréquence" le comportement du signal modulé à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel. Observe-t-on le spectre d'un signal modulé en fréquence ? Pourquoi ?

2. Etude en fréquence "audio"

Dans un deuxième temps on prend $f_m=10\text{kHz}$ avec toujours une déviation de $\Delta f = 10\text{kHz}$.

Observer le spectre du signal modulé grâce à la fonction Math "FFT", faire varier l'indice de modulation par l'intermédiaire de la déviation Δf . Commentez.

Etudier l'influence de l'indice de modulation sur le spectre et en particulier montrer que l'on peut faire disparaître la raie centrale ou bien les raies latérales (ce qui correspond aux zéros des fonctions de Bessel). Déterminer les deux premières annulations et en déduire la valeur correspondante de $\beta = \Delta f / f_m$.

Mesure de la largeur de bande pour une valeur donnée de β : déterminer la puissance du signal dans le canal en sommant la puissance correspondant aux pics du spectre (pics visibles hors du plancher de bruit) ; on introduit un critère de largeur de canal étant la bande de fréquence contenant 98% de la puissance. Comparer avec la règle de Carson. Pour cette question, on pourra faire l'acquisition sur un oscilloscope (attention au choix de la base de temps et à la fréquence d'échantillonnage d'acquisition....) et avec la macro sous Igor et en cochant « spectre », on utilisera « Power Ratio » sur la voie qui convient.

B. La boucle à verrouillage de phase

La nécessité d'une synchronisation entre signaux a été mise en évidence lors du TP sur la démodulation d'amplitude (détection synchrone). Elle est tout aussi présente dans le cas des modulations angulaires.

Le système permettant un asservissement de fréquence, donc une synchronisation s'appelle la boucle à verrouillage de phase (Phase Locked Loop = PLL). Ce système a été introduit en 1932. Il s'agit d'un système bouclé destiné à asservir la phase instantanée du signal de sortie $\phi_s(t)$ sur la phase instantanée du signal d'entrée $\phi_e(t)$. Il permet donc aussi d'asservir la fréquence du signal de sortie $f_s(t)$ sur la fréquence du signal d'entrée $f_e(t)$.

Un tel système est à la base d'innombrables circuits d'électronique : détection synchrone, démodulation d'amplitude, de fréquence (FM et FSK), synthèse de fréquences, télécommunications numériques...

La manipulation proposée a pour but de présenter le principe de fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase de type analogique et son application à la modulation et la démodulation de fréquence.

I. Présentation

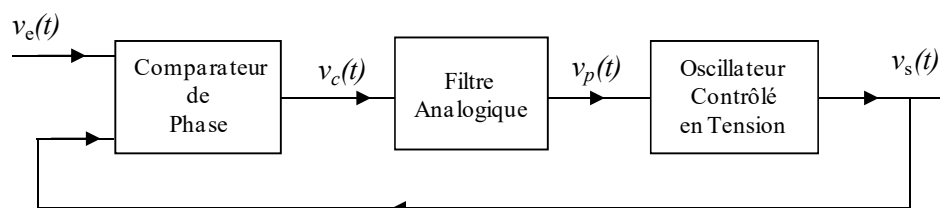


Figure 1. Schéma fonctionnel dans le domaine temporel

On appelle :

pulsation instantanée, la pulsation Ω définie par $\Omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$,

fréquence instantanée, la fréquence f définie par $f(t) = \frac{\Omega(t)}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt}$.

Les trois blocs du schéma de la figure 1 sont étudiés ci-dessous.

1. Comparateur de phase

Le comparateur de phase délivre en sortie une tension, notée $v_c(t)$, qui dépend de la différence entre les phases instantanées des signaux d'entrée $v_e(t)$ et $v_s(t)$. Les deux signaux sont délivrés par les deux sorties du générateur 33512B. On commencera par faire le réglage du déphasage entre les deux voies.

Il existe plusieurs types de comparateurs de phase :

- parmi les comparateurs de type analogique, citons les multiplieurs, les multiplieurs ± 1 , les mélangeurs à diodes (employés en RF ou HF),
- parmi les circuits de type logique citons par exemple le Ou Exclusif (XOR).

Le comparateur proposé ici est un multiplieur (voir Figure 2).

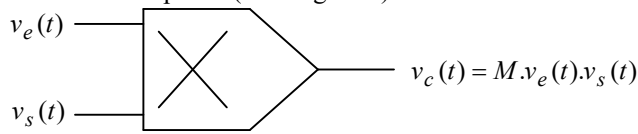


Figure 2. Comparateur de phase (circuit multiplieur).

Dans le cas où la boucle est bien accrochée les signaux $v_e(t)$ et $v_s(t)$ sont des fonctions sinusoïdales dont les arguments peuvent être mis sous la forme :

$$\Phi_e(t) = \omega_0 t + \phi_e(t) \text{ et } \Phi_s(t) = \omega_0 t + \phi_s(t).$$

Calculer $v_c(t)$. Que doit-on faire pour obtenir une tension qui ne dépende que d'une fonction $F[\phi_e(t) - \phi_s(t)]$, donnant donc un signal ne dépendant que de la différence entre les phases instantanées (on devra donc identifier cette fonction) ?

Donner l'expression du coefficient K_c tel que $v_c(t) = K_c F[\phi_e(t) - \phi_s(t)]$.

Quelle est l'influence des amplitudes de v_e et v_s ?

2. Filtre passe-bas

Le filtre, dont la tension de sortie est notée $v_p(t)$, est caractérisé par sa fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_p(j\omega)}{V_c(j\omega)}$$

Le filtre employé dans ce TP est de type passe-bas passif du premier ordre. Ce filtre associé au comparateur de phase permet d'obtenir une information continue directement liée au déphasage entre les deux signaux $v_e(t)$ et $v_s(t)$.

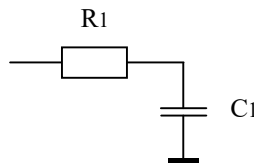


Figure 3. Filtre passe-bas passif du premier ordre

On a donc ici $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jR_1 C_1 \omega}$.

3. L'oscillateur

L'oscillateur contrôlé en tension (Voltage Controlled Oscillator = VCO) délivre en sortie un signal $v_s(t)$ dont la fréquence dépend de la tension d'entrée. S'il est linéaire et centré sur une fréquence f_0 on a :

$$f_s(t) = f_0 + K_o \cdot v_{in}(t).$$

Le coefficient K_o est aussi appelé la pente du VCO. Le VCO est réalisé avec un générateur 33220A. L'entrée (là où l'on applique la tension v_{in}) est la borne BNC « modulation in » sur la face arrière de l'appareil et la sortie la borne BNC « Output » de la face avant.

4. Plage de verrouillage et plage de capture

On définit la **plage de capture** comme étant l'écart entre les fréquences $f_{l,min}$ et $f_{l,max}$ pour lesquelles la boucle s'accroche, la boucle étant initialement déverrouillée : $\Delta f_l = f_{l,max} - f_{l,min}$.

La plage de fréquence pour laquelle la boucle reste verrouillée est appelée **plage de verrouillage** ou **plage de maintien** : $\Delta f_v = f_{v,max} - f_{v,min}$

Il est à noter que la plage de capture est toujours contenue dans la plage de verrouillage ($\Delta f_l \leq \Delta f_v$).

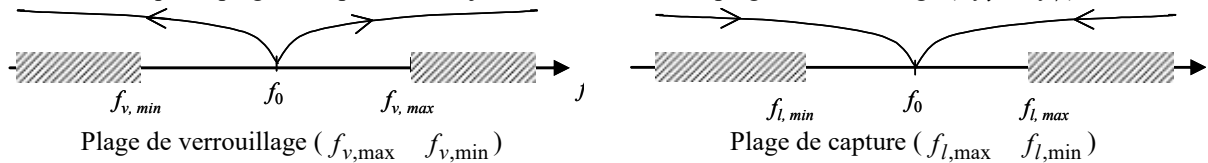


Figure 4. Plages de fonctionnement de la boucle à verrouillage de phase.

5. Comportement de la boucle

La PLL ayant pour rôle de réaliser un asservissement de phase, on préfère décrire le système bouclé par un schéma dont les grandeurs d'entrée et de sortie sont les phases $\phi_e(t)$ et $\phi_s(t)$ ou les fréquences $f_e(t)$ et $f_s(t)$ des signaux $v_e(t)$ et $v_s(t)$. L'étude du système bouclé, relatif par exemple à la fréquence, se fait dans l'espace fréquentiel conduisant à l'expression générale de la fonction de transfert $T(j\omega)$ en boucle fermée et de la fonction de transfert en boucle ouverte $T_{BO}(j\omega)$. Le système du second ordre est caractérisé par sa pulsation propre et son coefficient d'amortissement.

Partant de $\Omega(j\omega) = 2\pi.F(j\omega) = j\omega.\Phi(j\omega)$ et sous réserve de linéarisation possible, on obtient dans l'espace fréquentiel le schéma fonctionnel suivant (Figure 5.)

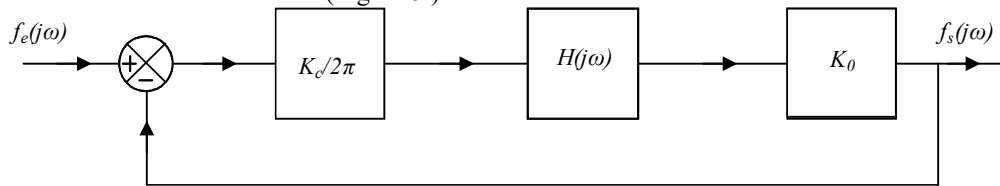


Figure 5. Schéma fonctionnel dans le domaine fréquentiel

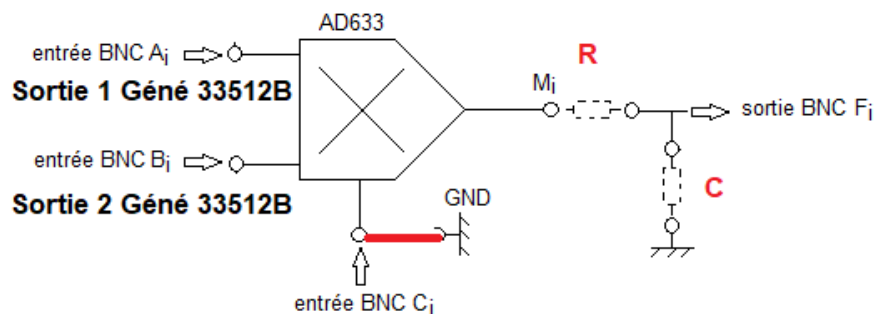
L'étude de la stabilité peut se faire par la méthode de la marge de phase : on trace le diagramme de Bode en boucle ouverte, puis on détermine la pulsation telle que $|T_{BO}(j\omega)| = 1$ et la phase correspondante et ainsi il est possible d'analyser le comportement de la boucle.

II. Etude expérimentale

1. Comparateur de phase

Le comparateur de phase est le multiplieur AD633 pour lequel $M=1/10$.

On applique aux entrées du multiplieur deux tensions à 100kHz (on utilise les deux sorties du générateur 33512B en commençant par faire le réglage du déphasage entre les deux voies et on prend des amplitudes de 3,5V soit 7V_{pp}). Les deux sorties sont alors synchrones mais leur mise en route ayant été aléatoire, il faut en premier lieu mettre à zéro leur déphasage.



Observer le signal de sortie. Relever la courbe donnant la tension moyenne en sortie du multiplieur en fonction du déphasage entre les deux tensions d'entrée (pour cela on mesurera la valeur moyenne de $v_c(t)$ à l'oscilloscope). Conclusion ?

En déduire la valeur de K_c .

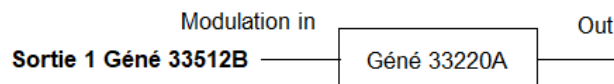
On peut aussi placer en sortie du multiplieur un filtre passe-bas du premier ordre avec $R_1=1k\Omega$ et $C_1=100nF$. Vérifier la cohérence des mesures en sortie du filtre passe-bas avec les mesures précédentes. Conclusion ?

2. Oscillateur contrôlé en tension

Le VCO utilisé est un générateur "33220A", commandé en tension. Ce choix est fait pour mettre l'accent sur la fonction VCO elle-même plutôt que sur sa réalisation à proprement parler.

On choisit dans un premier temps la fréquence centrale $f_o = 100kHz$ avec une amplitude de $7V_{pp}$ puis on appuie sur « Mod » afin de faire moduler en fréquence le 33220A avec les paramètres suivants (Mod « FM », « Source = « Ext », « Freq Dev » = 60kHz).

Tracer la courbe donnant la fréquence du signal de sortie du générateur 33220A (signal délivré par la borne BNC « Output » de la face avant du 33220A) en fonction de la tension de commande V_{in} (signal continu délivré par l'une des sortie du générateur 33512B appliqué sur la face arrière « Modulation In » du générateur 33220A). On fera varier la tension v_f entre -1,5V et 1,5V.

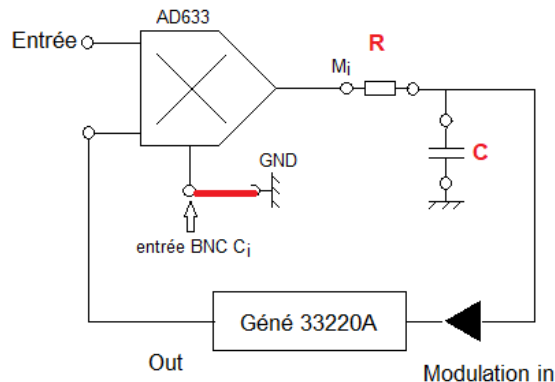


En déduire la valeur de la pente K_o du VCO. (A titre indicatif, on doit avoir une fréquence qui va de « $f_o - FreqDev$ » à « $f_o + FreqDev$ » pour une tension v_f comprise entre -5V et +5V.

3. Plages de fonctionnement.

Il s'agit ici d'étudier la boucle à verrouillage de phase sous l'angle d'un asservissement de la fréquence délivrée par le VCO (ici le 33220B) sur la fréquence d'entrée, c'est-à-dire celle du signal délivré par le 33512B.

Le signal $v_e(t)$ appliqué à l'entrée du montage est une tension sinusoïdale d'amplitude 3,5 V, soit 7 V_{pp} et de fréquence 100 kHz ; on prend $R_1 = 1 k\Omega$ et $C_1 = 100 nF$. Réaliser le montage complet et observer l'accrochage de la boucle. Commentez le déphasage entre les deux signaux à 100 kHz.



Mesurer alors les plages de verrouillage et de capture en faisant varier la fréquence du signal $v_e(t)$ fourni par le générateur 33512B.

Il est possible de visualiser les plages à l'oscilloscope grâce aux possibilités du générateur 33512B.

Pour la sortie Ch1 : toujours le signal sinusoïdal $v_e(t)$ de 100 kHz mais qui est maintenant modulé en fréquence par le signal de Ch2 (réglage par « Modulate ») lui-même étant un signal triangulaire de très basse fréquence (100 mHz à vérifier) ; l'oscilloscope est placé en mode XY, avec en X le signal triangulaire de CH2 (Géné 33512B) ce qui donne une image de la variation de fréquence de Ch1, et en voie Y la sortie du filtre passe bas. On observe le cycle complet en mettant la persistance sur l'écran de l'oscilloscope.

4. Influence du bruit

Pour mettre en évidence l'aptitude de la boucle à verrouillage de phase à extraire un signal noyé dans un bruit, on ajoute à l'aide d'un sommateur à ampli-op (situé entre les deux blocs « multiplieur/filtre passe-bas » de la maquette utilisée), un bruit de quelques V_{pp} (on utilise la deuxième sortie du générateur 33512B) au signal $v_e(t)$ de fréquence 100 kHz (généralisé par la première sortie du 33512B). Qu'observe-t-on à la sortie?

C. Application à la démodulation de fréquence

I. Etude de la démodulation

1. Montage de base

On peut réaliser le démodulateur de fréquence à PLL avec le montage ci-dessous, le signal modulé $s(t)$ étant produit par un générateur 33512B dont on réglera la porteuse à 100 kHz, la fréquence du signal modulant à 1 kHz, et la déviation à 1 kHz.

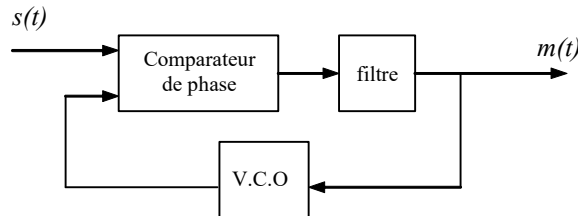


Figure 6. Démodulation de fréquence à PLL

On peut modifier la forme du signal modulant (menu "Mod").

2. Étude en régime transitoire

Une autre façon de mettre en évidence le comportement de la boucle précédente est de faire l'étude en régime transitoire. Choisir un signal modulant de type carré.

Visualiser la tension de commande du VCO à l'oscilloscope, commenter la forme obtenue.

Mettre en évidence le comportement du type second ordre.

Étudier l'influence de la constante de temps τ_l du filtre et celle de l'amplitude de la tension d'entrée $v_e(t)$. Pourquoi a-t-elle une influence ?

II. Application

Pour simuler le fonctionnement d'un poste radio on somme (maquette "canal de transmission") deux signaux sinusoidaux modulés en fréquence, l'un à une porteuse de 100 kHz l'autre à la porteuse de 150 kHz. Le choix du signal à démoduler se fait simplement sur le générateur de fonction par la sélection de la fréquence centrale du signal à démoduler.

On peut illustrer aussi le rôle de la séparation des canaux en rapprochant une des deux porteuses alors que l'on démodule l'autre.

On peut enfin dans un dernier temps illustrer le système en utilisant une modulation "externe" des deux porteuses à 100 kHz et à 150 kHz par de véritables signaux audio.

Exercices

Avant la séance de TP suivante, vous rédigerez les réponses aux questions suivantes dans votre cahier de TP.

Question 08-A : On applique en entrée de cette boucle à verrouillage de phase un signal modulé dont l'amplitude est de $6V_{pp}$, la porteuse 100kHz, la profondeur de modulation 2kHz, la fréquence modulante 1 kHz (la modulante est supposée sinusoïdale). Donner la bande de Carson de ce signal modulé.

On réalise une boucle de verrouillage de phase avec un multiplicateur (« gain » = 1/10), un filtre passe bas (circuit RC) dont la fréquence de coupure est 1 kHz et un VCO de gain de 10kHz/V et réglé sur une fréquence centrale f_0 de 100kHz. L'amplitude du signal de sortie du VCO est $6V_{pp}$. Donner le plage de verrouillage de la boucle quand on lui applique le signal modulé que nous venons de décrire?

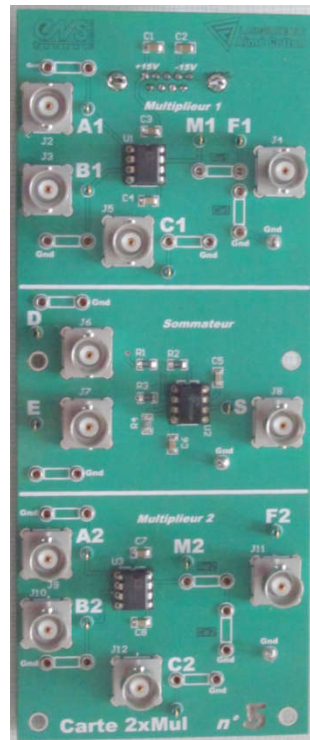
Dans ces conditions, la boucle peut-elle démoduler correctement ? Justifiez quantitativement votre réponse.

Question 08-B : On dispose d'un signal modulé en fréquence avec une fréquence porteuse 100kHz. La modulante est sinusoïdale de fréquence 100Hz. On échantillonne en temporel sur 1000 points à $F_e=5,1$ kHz pour calculer le spectre. Quelle est la durée d'acquisition ? Quelle est la plage d'analyse spectrale? Décrire quantitativement ce que l'on va observer dans cette plage. Respecte-t-on le critère de Shannon ? La forme du spectre est-elle correcte ? Redéfinir le critère de Shannon en fonction de ces observations.

Question 08-C : On cherche à analyser un signal modulé dont l'amplitude dont la porteuse est à 100kHz, la profondeur de modulation 1kHz, la fréquence modulante 100Hz (la modulante est supposée sinusoïdale). On travaille avec une fréquence d'échantillonnage de 250kHz. Respecte-t-on le critère de Shannon ? Décrire les caractéristiques du spectre obtenue si on travaille sur 1000 points puis 500000 points. Décrire dans chaque cas le spectre (encombrement spectral attendu, écartement entre les pics, pas de calcul en fréquence). Finalement, que faut-il faire sur l'acquisition quand on veut améliorer la résolution d'une analyse spectrale ? Quel est le prix à payer pour améliorer l'analyse ?

Annexe : Carte « Multiplieurs et sommateur »

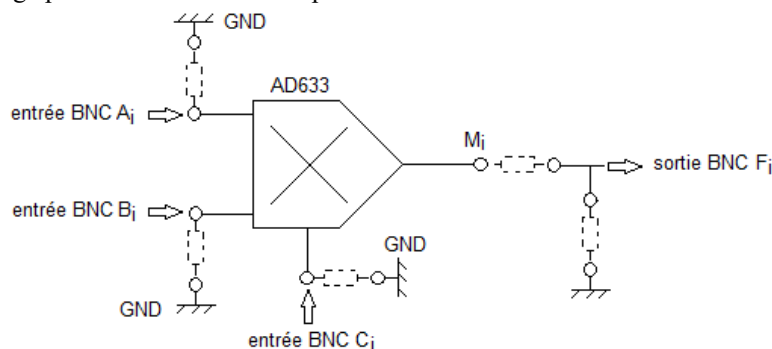
Cette carte comporte deux multiplieurs AD633 associés à un filtre passe-bas RC (R et C à placer dans les douilles élastiques prévues à cet effet. Ces deux fonctions sont placées en haut et en bas de la carte. Le centre de la carte est occupé par un sommateur.



- Pour les deux multiplieurs :
on a

$$M_i = \frac{1}{10} \cdot A_i \cdot B_i + C_i$$

Le schéma de câblage pour chacun de ces multiplieurs est le suivant :

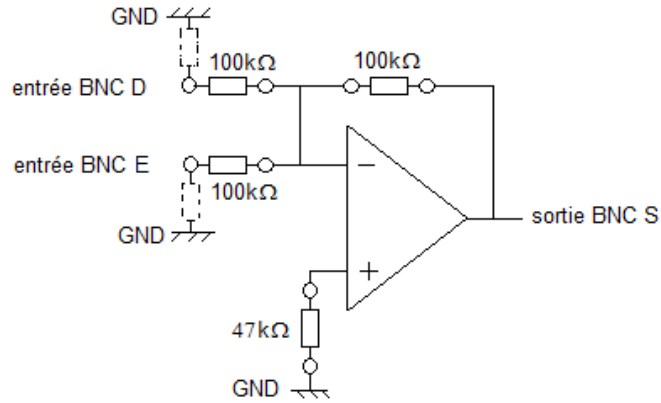


Les entrées A_i , B_i et C_i sont accessibles par une borne BNC ou par une douille élastique. Elles peuvent être raccordées à la masse par un fil à placer entre les deux douilles élastiques correspondantes. La sortie du filtre, F_i est accessible par une borne BNC (pour le transfert vers une autre carte) ou par une prise de test pour les sondes d'oscilloscope. Tous les points A_i , B_i , C_i et M_i sont également accessibles par sonde d'oscilloscope.

- Pour le sommateur (inverseur) :
on a

$$S = -(D + E)$$

Le schéma de câblage pour chacun du sommateur est le suivant :

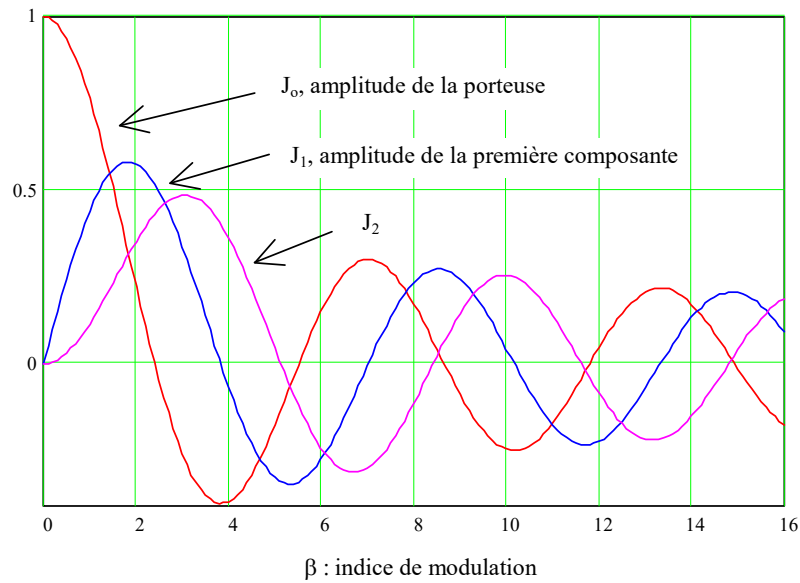


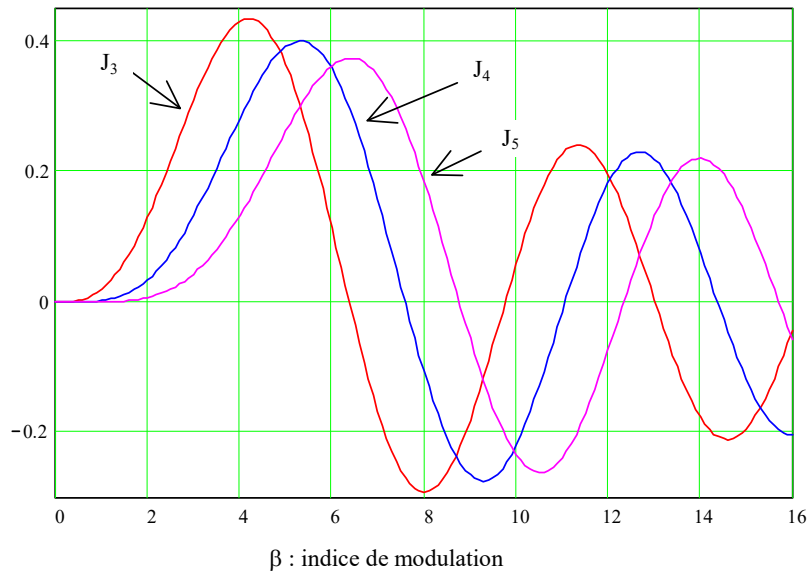
Les entrées D et E et la sortie S_i sont accessibles par une borne BNC et pour une sonde d'oscilloscope. Les entrées D et E sont également accessibles par une douille élastique (ces deux entrées peuvent être mises à la masse par un fil).

Annexes sur les fonctions de Bessel

Fonctions de Bessel : $J_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \exp[j(x \sin u - nu)] du$.

C'est aussi la solution de l'équation différentielle $x^2 \frac{\partial^2 g(x)}{\partial x^2} + x \frac{\partial g(x)}{\partial x} + (x^2 - n^2)g(x) = 0$





Exemple de traitement de signal : applications de la translation de fréquence

Dans ce TP, nous allons étudier un traitement de signal très utilisé, la translation de fréquence. Mathématiquement, cette opération consiste à faire le produit du signal à traduire par un signal sinusoïdal dont la fréquence donne le pas de translation.

Nous allons présenter des applications très diverses de ce procédé :

- La modulation et la démodulation de fréquence (télécom)
- La détection synchrone (instrumentation)
- La translation de fréquence analogique pour permettre l'analyse spectrale FFT sur une plus faible profondeur mémoire (instrumentation) et sur une plage de fréquence plus basse.

I. Modulation AM et démodulation cohérente de fréquence :

La transmission d'un signal informatif $m(t)$, de spectre borné $[f_{min}; f_{max}]$, dans un canal (milieu à bande passante limitée, absorbant et dispersif), fait appel aux techniques de modulation et de démodulation d'une onde à fréquence élevée dite porteuse

$$c(t) = A_c \cos(\omega_c t)$$

On peut soit moduler l'amplitude de la porteuse (modulation d'amplitude) soit la fréquence ou la phase de la porteuse (modulation angulaire).

Cette opération présente de nombreux intérêts :

- l'émission et la réception sera effectuée au moyen d'antennes de dimensions raisonnables (l'ordre de grandeur de la taille des antennes est celui de la longueur d'onde du signal modulé)
- l'opération qui conduit à décaler le spectre de l'information permet de réaliser un multiplexage fréquentiel, c'est-à-dire de transmettre, dans des bandes de fréquence différentes, des informations qui occupent la même bande de base (chaque information est traduite d'un pas de fréquence différent).
- les conditions de propagation dépendent de la fréquence d'émission. Si on veut transmettre à grande distance en profitant des réflexions sur les basses couches de l'atmosphère (cas des radios internationales), on ne transmettra pas à la même fréquence que si on se contente de transmettre à courte distance (radio FM par exemple).

On s'intéressera ici au cas de la modulation d'amplitude en mettant en évidence les principales propriétés de la modulation et de la démodulation. La modulation AM consiste à traduire le spectre du signal modulant vers des fréquences plus importantes.

I.1. La modulation d'amplitude

I.1.1. Caractéristiques de la modulation d'amplitude

• *Approche temporelle :*

Les deux types de modulation d'amplitude les plus courants sont les suivants.

La modulation double bande à porteuse supprimée (DBPS ou DSB-SC):

$$u(t) = A_c k_a m(t) \cos(\omega_c t)$$

La modulation double bande à porteuse conservée (DBPC):

$$u(t) = A_c \cos(\omega_c t) + A_c k_a m(t) \cos(\omega_c t) = A_c [1 + k_a m(t)] \cos(\omega_c t).$$

Dans le cas particulier d'un signal modulant sinusoïdal, on pose

$$m(t) = A_m \cos(\omega_m t) \text{ avec } \omega_m = 2\pi f_m$$

et l'on définit l'indice de modulation par $\mu = k_a A_m$.

$$\text{DBPS : } u(t) = A_c \mu \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t)$$

$$\text{DBPC : } u(t) = A_c [1 + \mu \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t)$$

• *Analyse spectrale :*

Dans le cas d'un signal modulant sinusoïdal on peut décomposer le signal modulé en une somme de termes sinusoïdaux fonction du temps et montrer que le spectre de chacun des signaux est composé de deux raies latérales

autour de la fréquence de la porteuse (elle-même présente ou non selon le type de modulation). L'amplitude des raies latérales vaut $\mu \cdot A_c / 2$.

Il est facile de montrer que l'encombrement spectral du signal modulé est de $2 \cdot f_{max}$.

L'intérêt de la modulation DBPS par rapport à la DBPC est de ne transmettre que de l'énergie "informatrice".

Il existe aussi une modulation dite BLU (bande latérale unique) obtenue en ne gardant, après filtrage, qu'une seule des bandes latérales ce qui réduit l'encombrement spectral.

1.1.2. Exemples de réalisation et travail expérimental

Dans ce TP, la modulation d'amplitude est effectuée à l'aide d'un multiplieur analogique quatre quadrants AD633 qui réalise la fonction

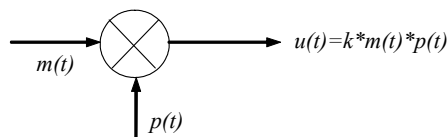
$$M_i = \frac{1}{10} \cdot A_i \cdot B_i + C_i$$

Appliquer un signal modulant sinusoïdal (à moyenne nulle) de fréquence "Audio" (on choisit ici 5kHz délivré par le générateur Agilent 33220a avec quelques volts) sur l'entrée "A₁" de la maquette et un signal sinusoïdal (à moyenne nulle) de fréquence $f_c = 100\text{kHz}$ (générateur Agilent deux voies 33512B deux voies) sur l'entrée "B₁" de la maquette. Pour le premier signal modulé étudié, l'entrée "C₁" sera raccordée à la masse alors que pour le second, cette entrée sera raccordée à la borne "B₁". Pour plus d'informations sur les branchements, reportez-vous à l'annexe sur la maquette « multiplieurs et sommateurs ».

Nous allons étudier les signaux modulés temporellement, spectralement et en XY.

● Cas de la modulation DBPS.

Relier le point C à la masse. On se retrouve alors dans le cas suivant :



Le signal modulé $u(t)$ s'écrit alors :

$$u(t) = \frac{1}{10} A_c A_m [\cos(2\pi f_m t) \cos(\omega_c t)].$$

- Relever les différentes figures temporelles et spectrales (utilisation de l'oscilloscope et du module FFT) des signaux ainsi modulés pour différents indices de modulation. Vérifier que le spectre du signal modulé est bien obtenu par transposition vers la porteuse du spectre du signal modulant.

- Observer l'influence de la forme du signal modulant sur le spectre du signal modulé.

● Cas de la modulation DBPC

Ce cas est obtenu en reliant les points B et C de la maquette, et ce afin d'appliquer la porteuse sur l'entrée de sommation. Le signal modulé $u(t)$ s'écrit alors :

$$u(t) = \frac{1}{10} A_c A_m [\cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t)] + A_c \cos(\omega_c t).$$

La variation de l'amplitude du signal modulant A_m permet d'observer la modulation classique ($\mu < 1$) et la surmodulation ($\mu > 1$).

- Mesure de l'indice de modulation.

Dans le cas de la modulation DBPC il y a deux possibilités pour mesurer l'indice de modulation μ .

- Mesure dans le domaine fréquentiel

Un analyseur de spectre (par exemple le module FFT d'un oscilloscope) permet d'identifier le type de modulation, l'encombrement spectral de l'onde modulée et l'indice de modulation à partir des amplitudes des raies. Recommencer l'analyse avec une modulante de 10 Hz et une porteuse à 100 kHz. L'analyse directe à l'oscilloscope donne-t-elle un résultat satisfaisant ? Faire l'analyse avec l'acquisition sous Igor et observer le spectre quand on fait l'acquisition de toute la profondeur mémoire en choisissant une fréquence d'échantillonnage à l'acquisition supérieure à 250kHz. Faire l'observation du spectre en « Real time » dans le programme. Expliquer les différences avec le spectre de l'oscilloscope qui fait la FFT sur 62500 points avec la même fréquence d'échantillonnage supérieure à 250kHz, mais vis-à-vis de la FFT et non de l'acquisition. Pour résoudre, aller dans le menu de base de temps et passer en réglage fin, puis observer la fréquence d'échantillonnage de la FFT quand on ouvre par la fonction « math ». Augmenter progressivement la base de temps et observer l'évolution du spectre. Amener la fréquence d'échantillonnage pour la FFT à une valeur légèrement inférieure à 32 kHz (Span de 15,6kHz).

Comment interpréter le résultat ? Pourquoi peut-on parler de translation de fréquence dans ce cas et pourquoi a-t-on amélioré la résolution ?

- *Mesure dans le domaine temporel*

On visualise sur un oscilloscope les signaux $u(t)$ et $m(t)$.

La synchronisation doit être faite sur le signal basse fréquence. On détermine alors l'indice de modulation.

A partir de la visualisation précédente, on utilise l'oscilloscope en mode X-Y et on observe les traces de l'onde modulée $u(t)$ en fonction du signal modulant $m(t)$, il s'agit d'une représentation paramétrique, le temps étant le paramètre. Cette méthode s'appelle la "méthode du trapèze". L'intérêt de cette représentation, c'est que la forme obtenue ne dépend pas de la forme de la modulante.

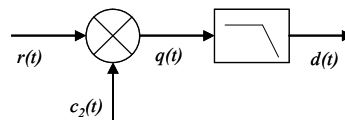
I.2. Démodulation cohérente

Le but de la démodulation d'amplitude est d'extraire le signal informatif basse fréquence (BF) contenu dans l'onde modulée en amplitude.

I.2.1 : Principe de la démodulation cohérente

Dans le cas de la modulation de type DBPS la technique principale de démodulation est dite *démodulation cohérente*. Le principe de cette démodulation consiste à multiplier le signal modulé reçu $r(t)$ par un signal synchrone avec la porteuse, appelé "oscillateur local", et noté ici $c_2(t)$. Le signal résultant de la multiplication $q(t)$ est ensuite filtré et l'on obtient le signal détecté $d(t)$ proportionnel au signal modulant. Cette technique fonctionne également avec la DBPC.

Le schéma bloc de la détection cohérente est donné sur la figure suivante.



Il est facile de calculer le signal de sortie $d(t)$ du détecteur synchrone et de montrer que l'on restitue bien le signal modulant après un filtrage passe-bas, et ce quel que soit la valeur de l'indice de modulation μ .

Néanmoins si $c_2(t)$ est déphasé d'un angle Φ , on obtient le signal démodulé précédemment corrigé par un terme dépendant de Φ ce qui peut dégrader la réception.

Il est important de noter que cette technique nécessite la restitution de la porteuse.

On retrouve cette structure en instrumentation sous le nom de détection synchrone.

I.2.2. Mise en œuvre expérimentale:

On raccorde le signal modulé à l'entrée "A₂" du second multiplieur de la maquette et la deuxième voie de sortie du générateur 33512B à l'entrée "B₂" alors que l'entrée "C₂" est mise à la masse. Le filtre passe bas est réalisé avec un filtre du premier ordre de type RC

Travail expérimental :

- Choisir une fréquence de coupure adaptée pour faire la démodulation cohérente et calculer un couple RC qui convient.

- On fait en sorte que la seconde voie de sortie du générateur 33512B soit exactement à la même fréquence que la porteuse qui a servi à moduler (100kHz) et on fait de plus en sorte qu'elle soit exactement en phase avec cette dernière.

- Observer le signal de sortie.

- Que se passe-t-il quand on déphase la porteuse de modulation avec la porteuse qui sert à démoduler ?

Conclusion sur les impératifs à respecter pour réaliser une démodulation avec le maximum de signal de sortie ?

- Que se passe-t-il si on désynchronise légèrement (de 0,1 Hz environ) les deux sorties de 33512B ? Expliquer la forme du signal observé.

Il faut bien retenir l'importance du synchronisme pour cette technique de démodulation, ce qui nécessite donc la reconstitution d'un signal synchrone à la porteuse à partir du signal détecté. Ceci est vrai pour la plupart des méthodes de modulation/démodulation. Pour réaliser cette reconstitution de porteuse, on met en œuvre une boucle à verrouillage de phase (voir TP sur la modulation de fréquence). Ce problème se posera également dans l'expérience suivante sur la détection synchrone, qui consiste à faire exactement les mêmes opérations sur le signal d'entrée, afin d'extraire la valeur efficace d'une harmonique noyée dans du bruit.

II. La détection synchrone.

La détection synchrone est un procédé de traitement analogique qui permet d'obtenir la valeur efficace d'une harmonique d'un signal pour un rapport signal sur bruit très défavorable à la mesure. Dans cette partie, nous allons essayer de mesurer la valeur efficace d'un signal sinusoïdal de quelques mV efficace noyé dans un bruit gaussien de 1V efficace environ. Nous commencerons par mesurer le rapport signal sur bruit en entrée du dispositif. Nous verrons ensuite les différentes options offertes par la détection pour obtenir un résultat optimisé. Enfin, nous analyserons le résultat obtenu (erreur systématique, erreurs aléatoires, et enfin résultat final après analyse des erreurs).

II.1. Principe de la détection synchrone

On récupère un signal $s_u(t)$ noyé dans un bruit $b(t)$ qui sera considéré blanc sur la plage de fréquence étudiée. Le signal en entrée du dispositif est donc $s(t)$, somme des deux signaux précédents.

On dispose par ailleurs d'un signal sinusoïdal de même fréquence que $s_u(t)$ et déphasé de φ par rapport à ce dernier. Ce signal sera transformé en un signal de même fréquence et de même déphasage, mais dont l'amplitude est connue. Ce signal sera appelé $s_{ref}(t)$

On note

$$s_u(t) = S \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad , \quad s(t) = s_u(t) + b(t) \quad , \quad s_{ref}(t) = R \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

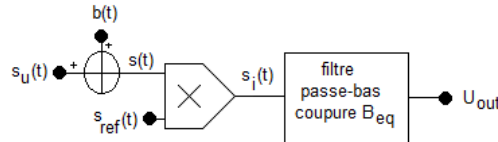
Mathématiquement, on va multiplier $s(t)$ et $s_{ref}(t)$. On obtient alors une composante à la pulsation 2ω et une composante continue. Le produit n'a pas d'effet sur le bruit dans la plage de fréquence étudiée (il y a bien un effet de filtrage lié au composant qui réalise le produit, mais il est sans incidence). Le signal obtenu sera noté $s_i(t)$. On aura alors, si K est le gain du dispositif qui réalise la multiplication

$$s_i(t) = K \cdot 2 \cdot S \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = K \cdot S \cdot R \cdot [\cos(2 \cdot \omega \cdot t + \varphi) + \cos(\varphi)]$$

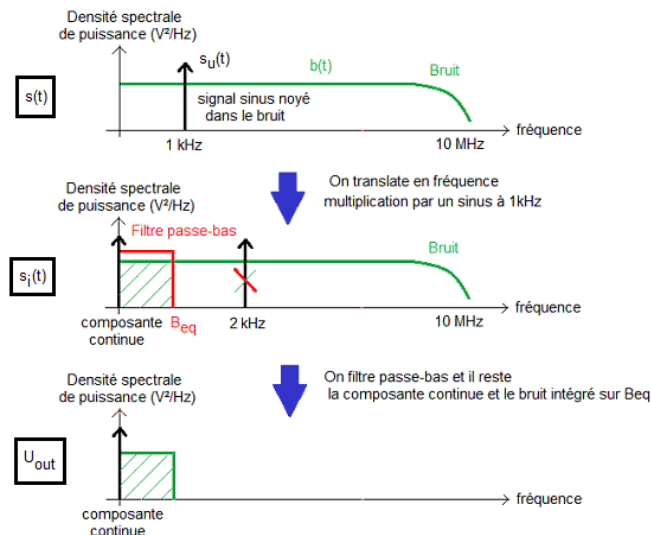
On va alors réaliser un filtrage passe-bas afin d'éliminer la composante en 2ω . Par ailleurs, on aura intérêt à limiter au maximum la bande passante du filtre afin de ne conserver le bruit blanc que sur une bande très étroite, ce qui conduit à une valeur efficace de bruit faible en sortie du dispositif. L'inconvénient de cette limitation de la bande passante sera un temps de réponse important pour le dispositif... En pratique, plus on veut augmenter la qualité du résultat, plus il faut attendre longtemps... Finalement, on récupère une composante continue dont la valeur U_{out} vaut

$$U_{out} = K \cdot S \cdot R \cdot \cos(\varphi)$$

Si on s'arrange pour faire en sorte que $\varphi=0$, alors U_{out} est directement liée à S recherchée par deux grandeurs K et R qui sont caractéristiques du système de mesure.



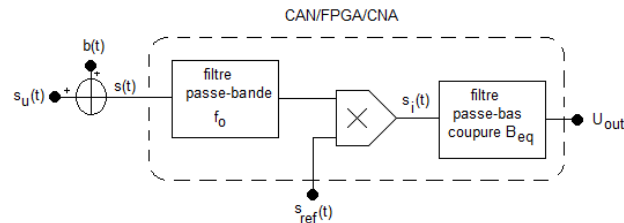
• Ces opérations sont résumées sur la figure suivante sur laquelle on cherche à mesurer la valeur efficace d'une sinusoïde de fréquence 1 kHz noyée dans un bruit blanc jusqu'à 10 MHz. On a choisi de représenter les densités spectrales de puissance de V^2/Hz .



U_{out} est en fait la somme d'une tension continue et du reliquat de bruit en sortie du filtre. Ce reste de bruit peut être encore davantage réduit en utilisant le moyennage ou le lissage qui sont proposés par les oscilloscopes.

Remarque : en pratique, avant de réaliser le produit et le filtrage, on va réaliser un premier filtrage passe bande autour de la fréquence du signal à mesurer, afin d'éliminer les composantes continues (« offset »), une partie du bruit blanc dont nous avons parlé, ainsi que pour limiter le bruit en $1/f$ qui est important à basse fréquence et que nous n'avons pas évoqué quand nous avons défini le bruit d'entrée. Ce filtre doit s'adapter à la fréquence sur laquelle on réalise la mesure.

Dans ce TP, les opérations de filtrage et de multiplication sont réalisées à partir d'un circuit programmable de type FPGA associé à deux convertisseurs analogique numérique (entrées) et deux convertisseurs numériques analogiques (sorties). Le dispositif complet se présente alors sous la forme suivante :



La référence est un signal crête à la même fréquence que le signal à mesurer qui sera mis en forme par le FPGA (converti en une sinusoïde d'amplitude fixée déphasable).

Remarque : Il est souvent nécessaire de réaliser une amplification analogique, à travers un passe-bande, afin d'amener le niveau du signal à mesurer dans une plage où sa numérisation sera satisfaisante (problème du pas de quantification en amplitude). Dans le TP nous avons fait en sorte de ne pas nous heurter à ce problème en conservant un niveau de signal à mesurer raisonnable compte tenu du pas de quantification. Le système code sur 14 bits pour une dynamique de $-2,5V/2,5V$ soit un pas de quantification de $305\mu V$ environ.

II.2. mise en oeuvre du dispositif utilisé.

Ce paragraphe constitue une notice simplifiée du dispositif qui sera utilisé pour l'étude et la mise en œuvre de la détection synchrone.

II.2.1. Les entrées et les sorties.

La carte dispose de deux entrées de signal CH1 et CH2 ainsi que de deux sorties W1 et W2. On utilise également une entrée « TRIG1 » sur un connecteur spécial.

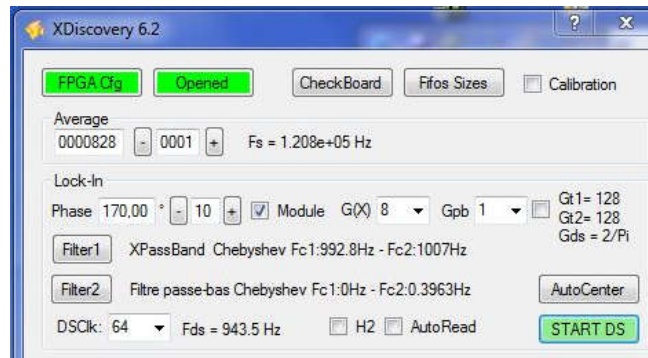
- Sur « CH1 », on applique le signal à étudier.
- Sur « TRIG1 », on applique le signal de référence qui donne la fréquence sur laquelle on veut mesurer la valeur efficace.
- Sur « W1 », on récupère le signal de sortie du dispositif dont le niveau doit nous indiquer la valeur recherchée.
- Sur « W2 », on récupère le signal entre la multiplication par la référence et le passe-bas de la détection synchrone.
- La valeur efficace recherchée est par ailleurs affichée directement en V dans une fenêtre de l'interface logicielle. C'est la plupart du temps à ce niveau que sera récupéré le résultat. Les sorties « W1 » et « W2 » permettent de vérifier le principe de fonctionnement d'une détection synchrone, de visualiser sa dynamique de réponse et parfois de vérifier qu'un étage du dispositif numérique n'a pas saturé.

II.2.2. Interface logicielle et mise en œuvre :

Une fois que vous avez raccordé le dispositif par un câble USB à votre ordinateur, si vous lancez l'application Discovery.exe, la fenêtre suivante va s'ouvrir :



Cliquez sur « FPGACfg », puis sur « Closed » et enfin sur « START DS » ; Vous allez alors vous retrouver dans la configuration suivante :



Si vous avez appliqué votre signal sur « CH1 », la référence sur « TRIG1 », vous allez pouvoir tenter de mesurer la valeur efficace de la composante dont la fréquence est identique à la fréquence fondamentale du créneau de référence.

- « **Filter1** » est le filtre passe-bande d'entrée qui va vous débarrasser des composantes continues parasites. Vous pouvez régler sa fréquence manuellement avec « **Average** » ou automatiquement en utilisant « **AutoCenter** ». Dans ce cas, le système fera en sorte que la valeur maximale du gain du filtre numérique soit située la plus proche possible de la fréquence du signal de référence (problème d'échantillonnage).

- « **Filter2** » est le filtre passe-bas qui permet de récupérer la composante continue qui contient l'information souhaitée en ayant une bande passante assez faible pour récupérer le moins de bruit possible sur la sortie. Sa fréquence dépend de « **Average** », mais si le filtre passe-bande a été fixé, on ne doit plus toucher à ce paramètre. Elle dépend surtout de « **DSClk** ». En pratique, plus « **DSClk** » sera élevée, plus la fréquence de coupure du filtre passe-bas sera faible.

- Les gains « **G(X)** » et « **Gpb** » peuvent être ajustés pour éviter que le signal numérique ne sature en certains points du système numérique (saturer signifie que le niveau numérique en ce point dépasse la valeur la plus élevée codable compte tenu du nombre de bits disponibles). En pratique, pour les mesures qui suivront, « **G(X)** » sera pris voisin de 6 et « **Gpb** » pourra être gardé à 1

Remarque : Notez que les valeurs 0 correspondent à des états particuliers du système, tout comme la valeur 7 pour « **Gpb** ». Les autres valeurs permettent d'ajuster les gains du système.

- **Le résultat :** En cochant « **AutoRead** », une fenêtre s'ouvre. Cette fenêtre vous donne la valeur efficace de la composante de votre signal sur la fréquence de la référence. Si vous recherchez cette valeur efficace, c'est de cette façon que vous parviendrez le plus simplement et le plus justement au résultat. En effet, la carte a été calibrée afin de ne pas donner de résultats faussés par les offsets et les gains des entrées et des sorties de la carte.

Vous pouvez cependant observer la sortie de la détection synchrone sur « **W1** », ce qui est pratique pour vérifier que le système fonctionne bien, ou pour tester sa dynamique de réponse. Si vous souhaitez trouver le même résultat que dans la fenêtre « **AutoRead** », il sera préférable d'utiliser un voltmètre étalonné récemment et il sera préférable d'éviter d'utiliser un oscilloscope, car ce type d'appareil interdit les mesures justes, compte tenu des offsets et des erreurs de gain sur les différentes voies.

En cochant « **H2** », vous pouvez récupérer la valeur efficace de la composante à la fréquence double de celle de la référence (harmonique 2).

- **Protocoles de mesure :**

- La mesure peut se faire automatiquement en cochant « **Module** ». Dans ce cas, le signal est multiplié par une sinusoïde générée à partir du signal créneau de référence sur une voie et par la même sinusoïde déphasée de 90°. Ces deux voies sont filtrées ce qui conduit respectivement à A_d et A_q (direct et en quadrature) et le résultat final est obtenu à partir de la racine carrée de la somme du carré de A_d et A_q .

- La mesure peut également se faire manuellement. Dans ce cas, on ajuste la phase jusqu'à ce que « **AutoRead** » indique un résultat le plus proche de zéro possible. On fait alors un saut de phase de 90° et « **AutoRead** » indique le résultat attendu.

- **Calibration :**

En cochant « **Calibration** », une extension de la fenêtre est activée. Elle permet de compenser les offsets sur les entrées et les sorties de la carte, ainsi que les dérives de gain. A priori, chaque carte a déjà été étalonnée et cet étalonnage est réalisé dès que le numéro de série de la carte employée est détecté par le programme. Normalement, vous n'avez plus besoin de faire ces réglages.

Remarque : les filtres utilisés ont un profil figé (le facteur de qualité, les profils de coupures ne sont pas ajustables). En revanche, en jouant sur la fréquence d'échantillonnage du signal qu'on leur applique on peut changer la fréquence de coupure du passe-bas ou la position de la fréquence centrale du passe-bande. C'est ce que permettent les boutons « **average** » (qui agit sur les deux filtres) et le boutons « **DSClk** » (pour le passe-bas).

II.3. Travail expérimental.

Nous allons chercher à récupérer un signal sinusoïdal dont la fréquence est voisine de 1 kHz noyé dans du bruit. Ce signal bruité est fabriqué au moyen d'un sommateur à amplificateur opérationnel disponible sur la maquette de la partie précédente. Le signal est appliqué sur l'entrée "D" et le bruit sur l'entrée "E" (pour plus d'information sur les branchements, consultez l'annexe sur la maquette « multiplieurs et sommateur »).

Vous allez commencer par tester la détection synchrone directement avec un signal non bruité appliqué sans passer par le sommateur pour prendre en main le système et vérifier qu'il fonctionne correctement. Ensuite, vous travaillerez avec le signal bruité et vous devrez retrouver la valeur efficace du signal noyé dans le bruit. Vous devrez également mettre en évidence le lien existant entre la durée de la mesure (temps de réponse de la détection) et sa qualité.

- *Réalisation de la détection synchrone : Comme référence, on utilisera le signal « sync » du générateur 33220A. Ce signal sera appliqué sur l'entrées « TRIG1 » de la carte au moyen d'un connecteur spécial (on vérifiera au passage que la sortie « Sync » du générateur est bien activée dans « utility » avec sync :on). Il est converti en sinusoïde de même fréquence dont on pourra modifier la phase. Sur l'entrée CHI, on applique le signal bruité dont on doit extraire la valeur efficace de notre sinusoïde à 1kHz environ.*

- *Test de la détection synchrone : pour un signal sinusoïdal d'entrée dont l'amplitude est comprise entre 30mVpp et 300mVpp (travailler par pas de 30mV), effectuer la mesure par détection synchrone. Tracer le résultat obtenu en fonction du résultat attendu.*

Pour effectuer la mesure on travaillera manuellement pour le réglage de phase. On agira sur la phase de la référence afin d'annuler la réponse du dispositif (i.e. l'amener au niveau du zéro du multimètre). Ceci étant fait, on fera un saut de phase de 90° afin de tomber sur la réponse maximale de la détection. La valeur efficace recherchée est donnée directement en cochant « AutoRead ».. Pourquoi ne cherche-t-on pas directement le maximum de la composante continue ? Quel est l'intérêt de rechercher une annulation avant de faire un saut de phase de 90°. On pourra reprendre la même démarche en utilisant un oscilloscope qui récupère « CHI ». On fera particulièrement attention au « zéro » de l'oscilloscope et à son évolution avec le calibre utilisé sur la voie observée.

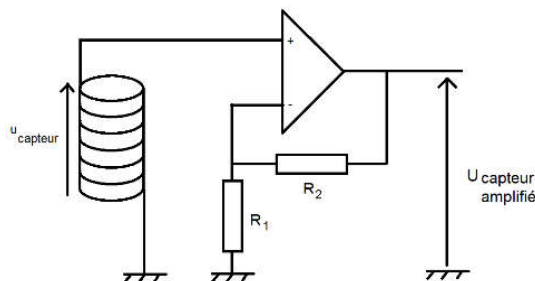
Vous pouvez alors cocher « Module ». Comparer le résultat alors obtenu à celui que vous avez obtenu manuellement.

- *Utilisation de la détection synchrone pour améliorer la sensibilité d'un capteur.*

Nous allons utiliser le système précédent pour mesurer la tension induite dans un capteur de mesure de champ magnétique produit par un solénoïde alimenté à 1kHz réalisé avec une bobine de 5 spires enroulées autour d'un cylindre de rayon proche de 1,45mm.

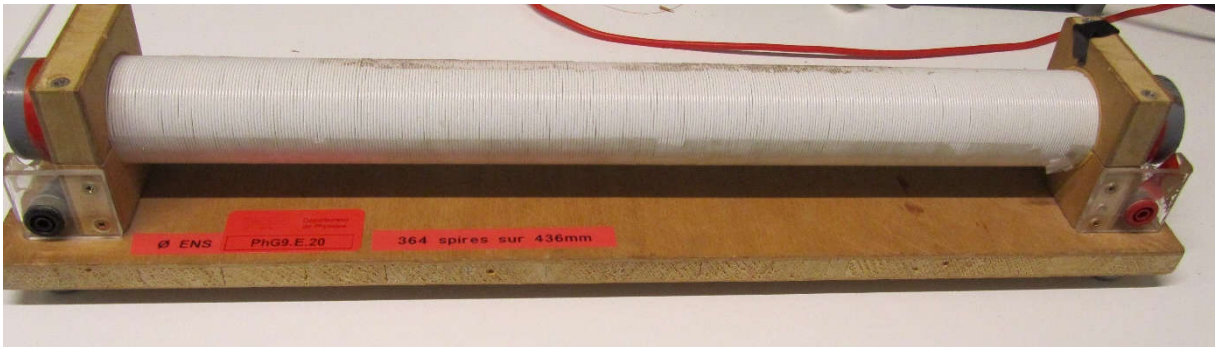


Le signal de ce capteur est amplifié avec un amplificateur non inverseur de gain 471 environ (résistances de 1kΩ et de 470kΩ pour réaliser l'amplificateur). L'amplification sera-t-elle correcte, connaissant le produit du gain par la bande passante de l'amplificateur qui vaut environ 3MHz ?



On fait en sorte que le nombre et la taille des spires soit faible afin d'avoir un capteur de petite taille donnant une mesure de champ la plus locale possible. Le problème, dans ce cas, c'est que la section et le nombre de spires sont faibles plus le signal détecté est faible ce qui le rend très vulnérable au bruit résultant de tous les champs magnétiques variables parasites.

Le champ magnétique à mesurer sera obtenu avec un solénoïde quelques centaines de spires (autour de 400, à lire directement sur le système) sur une longueur de 50cm environ (à lire également sur le système). Le solénoïde sera alimenté directement par le GBF 33500 à deux voies sans amplificateur de courant, car les courants appliqués ici peuvent être fournis par ce GBF sans qu'il distorde le signal.



- Mesurer la tension du capteur amplifié pour des courants efficaces dans le solénoïde compris entre 0 et 100mA (on fera des mesures pour 0, 5, 7, 9, 10, 20, 30, 40, 50, et 100mA) et tracer cette tension efficace en fonction du champ d'induction magnétique efficace dans le solénoïde. Quelle différence observez-vous entre les valeurs inférieures à 20mA et celles supérieures à 20mA? Comment expliquez-vous cette différence ?
- Pour un courant de 10mA dans le solénoïde, observez le signal du capteur amplifié. Que pouvez-vous en dire ?

On va utiliser la détection synchrone que nous venons d'étudier pour mesurer la tension dans le capteur amplifié et comparer l'allure obtenue pour cette valeur de tension en fonction du champ d'induction magnétique efficace dans le solénoïde pour les mêmes valeurs de courant que lors de l'étude du capteur amplifié sans détection synchrone. Le signal de référence de la détection synchrone sera le signal « Sync » de forme créneau produit par la GBF qui alimente le solénoïde (vérifier que le signal « Sync » est bien associé à la voie utilisée sur ce GBF). On travaillera avec l'option « Module » qui permet de se passer du réglage de phase. Enfin, le signal affiché avec l'option « AutoRead » est pic à pic et on le convertira en tension efficace en divisant par $2\sqrt{2}$. Il faudra bien veiller à ajuster le gain pour avoir la meilleure résolution possible tout en évitant les débordements (partir du gain le plus faible et augmenter progressivement). Enfin, on ajustera la fréquence de coupure du filtre passe-bas afin de récupérer un signal le plus stable possible.

- Tracer la tension détectée (ramenée à une valeur efficace) en fonction du champ d'induction magnétique efficace dans le solénoïde. Quel est l'intérêt de cette courbe par rapport à la précédente obtenue sans détection synchrone ? Comparer avec la courbe théorique attendue sachant que pour la bobine de 5 spires de petite section, on supposera que le produit du nombre de spires par la section des spires vaut environ $3.89.10^{-5}m^2$.

Expériences complémentaires possibles :

- Extraction du niveau d'une sinusoïde d'un bruit : On va faire une mesure avec un signal d'entrée qui est la somme, via un sommateur analogique (celui du « canal » de la maquette avec multiplicateur et filtre passe-bas) d'une sinusoïde de 20mV pic à pic délivrée par un générateur 33220A avec du bruit généré par un autre 33220A. On fera la mesure avec un bruit de 20mVpp, 200mVpp et 1Vpp. Que dire de la qualité de la mesure quand le niveau de bruit augmente ? Quel est l'effet de la fréquence de coupure du filtre passe-bas sur la qualité du résultat ?

- Problème du temps de réponse de la boucle et compromis avec la qualité du résultat :

- réaliser un signal modulé en amplitude à porteuse conservée avec un générateur 33512B. On prendra une porteuse de 100mV RMS, de fréquence 1kHz et une modulante de forme rectangulaire de 200mHz environ. La porteuse sera réalisée sur la voie 1 et la modulante sur la voie 2. On fera en sorte que le signal « sync » du générateur soit synchrone avec la porteuse (à vérifier... si ce n'est pas le cas demander aux enseignants). On envoie le signal « sync » sur l'entrée de référence de la détection synchrone.

- ajouter un bruit au signal précédent par l'intermédiaire d'un sommateur et injecter la somme obtenue dans l'entrée de mesure de la détection synchrone.

- Observer la sortie analogique de la détection synchrone. Mesurez le temps de réponse à 90% du dispositif en fonction de la fréquence de coupure du filtre passe-bas On se placera dans le cas où cette fréquence de coupure est voisine de 10Hz, 1Hz et 0,1Hz environ... En pratique ce sera probablement 12,7Hz, 0,79Hz et 0,01Hz, fréquences obtenues en fixant DSClk respectivement à 2, 32 et 256. Pour les gains, on prendra 4 pour G(X) et 1 pour Gpb. Que peut-on dire de l'incidence de la fréquence de coupure du filtre sur le temps de réponse de la détection synchrone ? Quelle est l'incidence de cette fréquence de coupure sur la qualité de la réponse en régime permanent ? Conclusion ?

Exercices

Avant la séance de TP suivante, vous rédigerez les réponses aux questions suivantes dans votre cahier de TP.

Question 09-A : On dispose d'un signal modulé en amplitude avec une fréquence porteuse 100kHz. La modulante est sinusoïdale de fréquence 100Hz. On échantillonne en temporel sur 1000 points avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 250\text{kHz}$. Quelle est la durée d'acquisition ? Quelle est la plage d'analyse spectrale? Décrire ce que l'on va observer dans cette plage. Quelle est la forme du spectre attendu ? Pourra-t-on observer les pics attendus ? Même question si on échantillonne à 5,1kHz (on pensera à l'effet du sous-échantillonnage). Peut-on observer plus correctement certains détails du spectre dans ce cas ?

Question 09-B : On applique, en entrée d'une détection synchrone un signal sinusoïdal de 20,00 mV efficace noyé dans un bruit de densité spectrale $0.49 \cdot 10^{-6} \text{ V}^2/\text{Hz}$. Si on observe ce signal avec un oscilloscope de bande passante 100MHz, calculer le rapport signal sur bruit pour le signal d'entrée. A quoi ressemble un tel signal ?

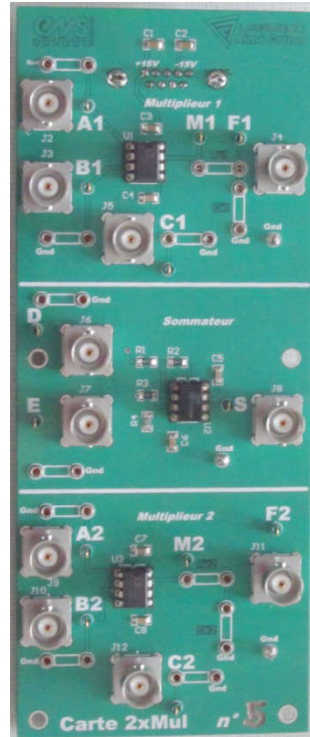
Expliquez pourquoi on commence par passer ce signal dans un filtre passe-bande avant de le multiplier par un signal à la fréquence de référence pour traiter le produit avec le filtre passe-bas de sortie.

On suppose que la bande équivalente de bruit du filtre passe-bas de sortie de la détection synchrone, de constante de temps τ_c s'exprime de la façon suivante : $B_{\text{eq}} = 1/(4 \cdot \tau_c)$. On supposera que le gain qui permet de passer de la valeur efficace d'entrée à la composante continue de sortie vue par la détection synchrone vaut 10. Ce filtre peut présenter des temps caractéristiques τ_c de 3s, 1s, 0.1s et 0.01secondes. Si on veut un affichage du résultat final recherché le plus rapide possible mais avec un rapport signal sur bruit supérieur à 100, quelle valeur de τ_c doit-on choisir ?

Question 09-C : On réalise une bobine de flux avec 5 spires de diamètre 3mm ? Quel est l'intérêt de travailler avec une si faible section et aussi peu de spires ? Quel problème peuvent poser ces caractéristiques ? Le champ magnétique appliqué à notre capteur a une fréquence de 1kHz. Le signal du capteur est amplifié au moyen d'un amplificateur de produit gain*bande passante de 10MHz. Quelle valeur limite de gain peut-on se permettre d'appliquer ? Expliquer d'intérêt de récupérer le signal au moyen d'une détection synchrone et le problème que poserait une mesure directe de la tension au multimètre pour les faibles valeurs de champ ?

Annexe : Carte « Multiplieurs et sommateur »

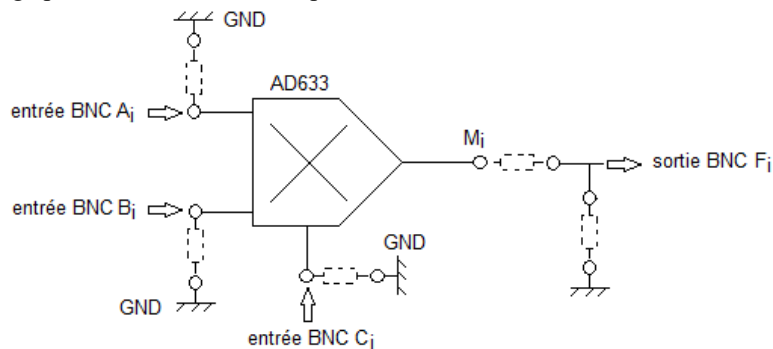
Cette carte comporte deux multiplieurs AD633 associés à un filtre passe-bas RC (R et C à placer dans les douilles élastiques prévues à cet effet. Ces deux fonctions sont placées en haut et en bas de la carte. Le centre de la carte est occupé par un sommateur.



- Pour les deux multiplieurs :
on a

$$M_i = \frac{1}{10} \cdot A_i \cdot B_i + C_i$$

Le schéma de câblage pour chacun de ces multiplieurs est le suivant :

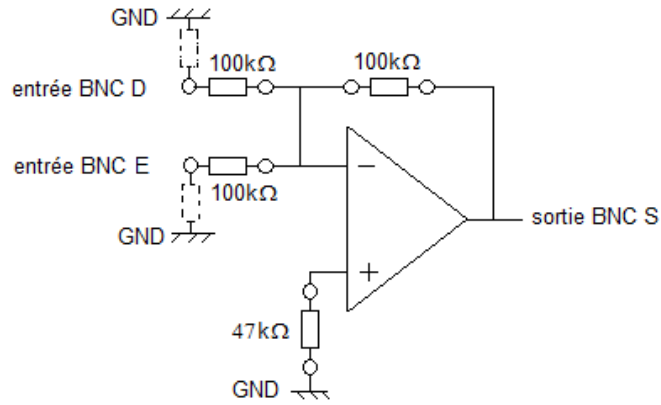


Les entrées A_i , B_i et C_i sont accessibles par une borne BNC ou par une douille élastique. Elles peuvent être raccordées à la masse par un fil à placer entre les deux douilles élastiques correspondantes. La sortie du filtre, F_i est accessible par une borne BNC (pour le transfert vers une autre carte) ou par une prise de test pour les sondes d'oscilloscope. Tous les points A_i , B_i , C_i et M_i sont également accessibles par sonde d'oscilloscope.

- Pour le sommateur (inverseur) :
on a

$$S = -(D + E)$$

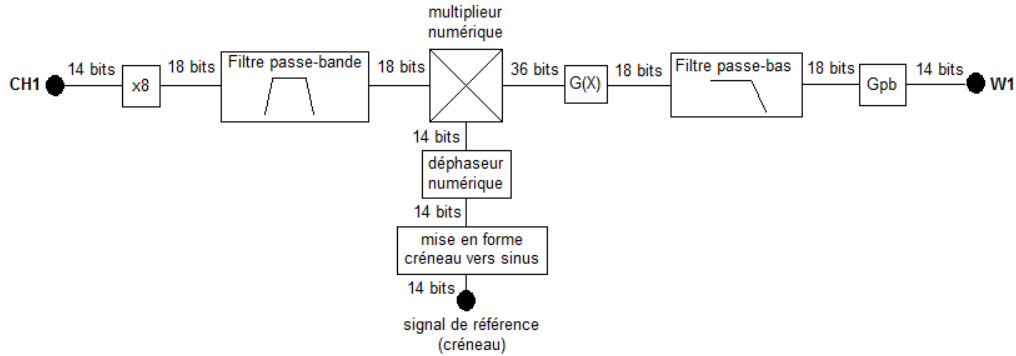
Le schéma de câblage pour chacun du sommateur est le suivant :



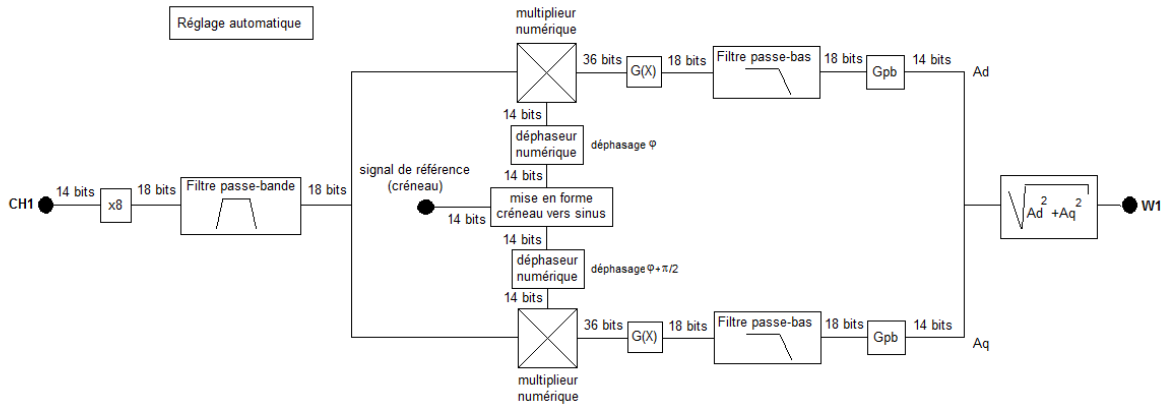
Les entrées D et E et la sortie S_i sont accessibles par une borne BNC et pour une sonde d'oscilloscope. Les entrées D et E sont également accessibles par une douille élastique (ces deux entrées peuvent être mises à la masse par un fil).

Annexe : Structure de la détection synchrone Digilent

Structure générale et principe de fonctionnement.

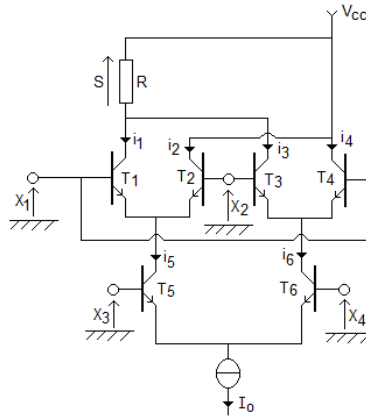


Dans le cas d'une mesure avec la fonction « **Module** », la structure du système est plus complexe que celle énoncée au paragraphe précédent. Elle correspond à la figure suivante :



Annexe : Principe du multiplicateur

Le multiplicateur peut être réalisé à partir de transistors bipolaires associés de la façon suivante :



Sur le schéma précédent, on suppose tous les transistors identiques. Le courant I_0 est un courant de polarisation constant. La tension V_{cc} est une tension de polarisation, elle aussi constante.

• Calcul de i_5 et i_6 en fonction de X_4-X_3 :

Si V_{Eb} est le potentiel d'émetteur des transistors T5 et T6, que $\alpha = q/Kt$ (q = charge de l'électron, k constante de Boltzmann, T température de K) et que I_s est une constante, on peut écrire que

$$i_5 = I_s \cdot e^{\alpha \cdot (X_3 - V_{Eb})} \quad \text{et} \quad i_6 = I_s \cdot e^{\alpha \cdot (X_4 - V_{Eb})}$$

On peut alors écrire que

$$\frac{i_6}{i_5} = e^{\alpha \cdot (X_4 - X_3)}$$

On supposera que le courant de base des transistors est négligeable devant leur courant de collecteur. On peut alors écrire que

$$i_5 + i_6 \approx I_0$$

Si on admet que $\alpha \cdot (X_3 - X_4) \ll 1$

$$i_5 \approx I_0 \cdot \left(1 + e^{\alpha \cdot (X_4 - X_3)}\right)^{-1} \approx I_0 \cdot \left(1 + 1 + \alpha \cdot (X_4 - X_3)\right)^{-1} \approx \frac{I_0}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{2} \cdot (X_4 - X_3)\right)^{-1} \approx \frac{I_0}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2} \cdot (X_3 - X_4)\right)$$

De même, on peut démontrer que

$$i_6 \approx \frac{I_0}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2} \cdot (X_3 - X_4)\right)$$

• Calcul de i_1 et i_3 en fonction de X_1-X_2 :

De la même façon, on va démontrer que

$$i_1 \approx \frac{i_5}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{2} \cdot (X_1 - X_2)\right) \quad \text{et} \quad i_3 \approx \frac{i_6}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2} \cdot (X_1 - X_2)\right)$$

• Calcul de $S(t)$ en fonction de X_1-X_2 et de X_3-X_4 :

On a

$$S(t) = R \cdot (i_1(t) + i_3(t))$$

En utilisant les relations calculées précédemment, on trouve que

$$\begin{aligned} S(t) &= R \cdot \left(\frac{i_5}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{2} \cdot (X_1 - X_2)\right) + \frac{i_6}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2} \cdot (X_1 - X_2)\right) \right) \\ S(t) &= R \cdot \frac{I_0}{4} \cdot \left(\left(1 + \frac{\alpha}{2} \cdot (X_3 - X_4)\right) \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{2} \cdot (X_1 - X_2)\right) + \left(1 - \frac{\alpha}{2} \cdot (X_3 - X_4)\right) \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2} \cdot (X_1 - X_2)\right) \right) \\ S(t) &= R \cdot \frac{I_0}{2} \cdot \left(1 + \frac{\alpha^2}{4} \cdot (X_3 - X_4) \cdot (X_1 - X_2) \right) = \text{Cte} + K \cdot (X_3 - X_4) \cdot (X_1 - X_2) \end{aligned}$$

On récupère en sortie un signal qui est la somme d'une composante continue et d'une grandeur directement liée au produit des différences de potentiel X_3-X_4 et X_1-X_2 .

Asservissement de grandeurs physiques : Exemple de la vitesse d'un moteur et du flux lumineux émis par une LED

• Problématique :

Lorsque l'on réalise un système bouclé, on peut être amené à s'intéresser à différents paramètres : la précision, la rapidité, la robustesse de la stabilité, etc...

Si on travaille avec un signal d'entrée constant (régulation), il sera souvent important d'avoir un système précis (élimination de l'erreur statique afin de suivre la valeur de consigne).

Si on travaille avec un signal d'entrée qui fluctue dans le temps (asservissement), on sera amené à s'intéresser à la dynamique du système et notamment à sa rapidité (attention alors à la stabilité...). Il faudra donc choisir des signaux test comme des créneaux ou des sinusoïdes...

• L'identification :

Avant de penser à boucler, il va falloir caractériser le système étudié. C'est l'étape d'identification. Plusieurs problèmes vont se poser.

- quels tests réaliser (forme des signaux, fréquence, amplitude, point de fonctionnement choisi...).
- quel modèle choisir une fois que l'on a obtenu une réponse. En effet, on peut utiliser les modèles plus ou moins rustiques : un premier ordre, un second ordre... Il existe également des méthodes empiriques adaptés à certaines applications particulières.
- le modèle est-il satisfaisant ? En effet, lors de l'identification, on peut se contenter d'un modèle rustique qui conduira à des performances réelles du système asservi différentes de ce que l'on attendait... Si l'écart est préjudiciable, on devra revenir sur le modèle pour en choisir un qui sera plus adapté...

• Le calcul du correcteur :

Une fois que l'on a obtenu un modèle supposé satisfaisant, on doit choisir un correcteur qui va réaliser les améliorations décidées...

rq : Dans le TP, on choisira une démarche différente puisque l'on testera plusieurs types de corrections pour vérifier ce qu'elles apportent comme améliorations...

• Pourquoi ça ne marche pas ?

Il arrivera que le système ne réponde pas aux signaux tests malgré des calculs corrects... Dans notre démarche, les systèmes étudiés sont parfaitement linéaires. Dans la pratique, ces derniers comportent bon nombre de non-linéarités (tension de commande en entrée du hacheur prise en compte uniquement dans la plage [0V ; 10V], sortie des correcteurs analogiques qui sature au-delà de la plage [-15V ; +15], ...). On devra donc penser à jeter un coup d'œil en sortie du correcteur pour voir si ce dernier délivre des signaux réellement pris en compte par le système...

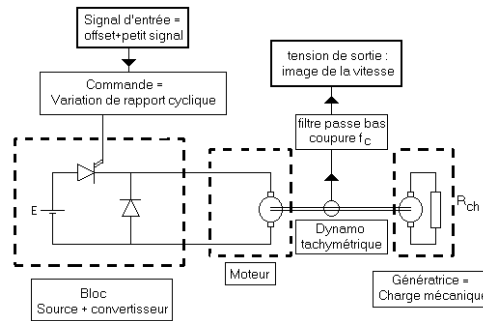
I. Asservissement de vitesse d'une machine à courant continu.

L'objectif de cette expérience est de commander une machine à courant continu en vitesse, en faisant en sorte que ce paramètre soit indépendant de l'état de la machine (alimentation électrique, ou charge mécanique...). Une fois le système corrigé, le gain statique (qui définit l'état en régime permanent) ne doit plus faire intervenir les paramètres du système (qui sont susceptibles de fluctuer).

I.1. Identification du système.

I.1.1. Présentation de la boucle ouverte et réglages préliminaires.

• On va alimenter un hacheur série non réversible en courant par une alimentation stabilisée de tension de sortie a priori fixée (elle peut par exemple représenter un pont redresseur à diode branché sur le réseau). L'alimentation stabilisée E sera réglée à 25V et devra pouvoir délivrer au moins 3A (à vérifier)



La seconde machine placée sur l'arbre de rotation et qui débite dans une résistance R_{ch} est destinée à appliquer un couple résistant sur la moteur. Ce couple sera d'autant plus important que le courant qui la traverse est grand. A une vitesse donnée, cela signifie que le couple résistant est d'autant plus important que la résistance R_{ch} est faible.

• Quelle type de modèle peut-on attendre ?

- Le hacheur peut être vu comme un gain statique (éventuellement avec un retard dont on peut légitimement négliger l'effet si la fréquence de hachage est de 10 kHz environ, ce qui est impératif dans cette expérience).
- Le moteur à courant continu peut être vu, vis à vis de sa réponse en vitesse, comme un filtre passe-bas d'ordre 2. On peut adopter un modèle de passe-bas d'ordre 1 si ce système est très amorti (constante de temps mécanique forte à cause de l'inertie...). En effet, dans ce cas, les fréquences de coupure sont séparées, et si les harmoniques du signal de test sollicitent principalement la bande passante et le début de la première coupure (zone à -20 dB/décade), le système répondra pratiquement comme si la seconde coupure n'existait pas...
- La dynamo tachymétrique est une petite machine à courant continu. Il s'agit donc a priori d'un système passe bas d'ordre deux. Cependant, cette machine est de petite taille et présente donc une faible inertie. On supposera que la plage de fréquence dans laquelle on va solliciter le moteur est située à des fréquences assez faibles devant les fréquences de coupure introduites par la dynamo. Cette dernière peut donc être représentée comme un simple gain dans cette expérience. Ce capteur est en général très bruité, il va donc falloir filtrer sa sortie avec un passe bas qui élimine une partie suffisante du bruit. On fera cependant en sorte que la fréquence de coupure reste assez élevée devant les fréquences de coupure du système étudié, afin de pouvoir négliger la contribution du filtre dans la dynamique de réponse de l'ensemble. On prendra une fréquence de coupure de 1kHz (justifier ce choix).

• Problème du choix des caractéristiques du signal de test :

Pour identifier la boucle ouverte, le signal d'entrée du système est appliqué à l'entrée de commande du rapport cyclique du hacheur. On fera en sorte d'appliquer un créneau de quelques Hz en entrée (justifier). On choisira une composante continue et une amplitude de créneaux judicieuse.

• Essai préliminaire en boucle ouverte :

Pour une vitesse donnée (à mesurer et à conserver pour la suite) on fait passer la tension d'alimentation du hacheur de 20 V à 18V. Mesurer la variation de vitesse. Pour la même vitesse initiale sous 20V, on fait varier brutalement (d'une façon reproductible pour la suite) la résistance de charge (faire un court circuit d'une partie du rhéostat sur la seconde machine). Mesurer là encore la variation relative de vitesse. Conclusion de ces deux expériences ?

1.1.2. Identification de la boucle ouverte.

La forme, l'amplitude et la fréquence du signal étant choisies, il faut maintenant l'appliquer sur l'entrée de commande du hacheur. On observe la réponse (sortie filtrée de la dynamo tachymétrique). Compte tenu de la réponse, choisir un modèle, le justifier et identifier les paramètres de ce dernier.

1.2. Boucle fermée.

On utilisera le boîtier comparateur/correcteur fourni. Pour avoir une réponse en vitesse indépendante de l'état du système en régime permanent, quel correcteur peut-on réaliser ? Comment choisir le correcteur et ses paramètres ? Dans un premier temps, on calculera le correcteur afin qu'il conduise à un temps de réponse en boucle fermée identique à celui que l'on avait en boucle ouverte.

Une fois la boucle fermée, ajuster le point de fonctionnement afin d'avoir un système qui répond correctement (le signal d'entrée est une simple composante continue). Noter la plage sur laquelle la tension de sortie suit exactement la tension d'entrée. Pour que le système soit asservi, il faudra que la tension de commande reste dans cette plage pour la suite.

Pour un signal de commande à un niveau tel que le système suit, faire varier la tension E, puis la charge de la même façon que lors de l'essai du même type en boucle ouverte. Conclure. Relever jusqu'à quel point on peut

faire varier E , tout en ayant une sortie qui suit parfaitement l'entrée. Pourquoi le système finit-il par décrocher ? De même, observer le transitoire lors d'une brutale variation de couple.

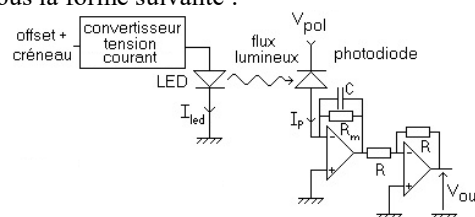
On superpose maintenant un signal en créneaux à la composante continue, en prenant garde de maintenir le signal d'entrée dans la plage. Mesurer le nouveau temps de réponse et comparer au résultat attendu. Que se passe-t-il lorsque l'on augmente le gain du correcteur proportionnel intégral ? Justifier. En cas de problème, n'oubliez pas de jeter un coup d'œil en sortie du correcteur pour voir si les ordres donnés sont réellement pris en compte...

II. Contrôle du flux lumineux reçu par un photorécepteur.

L'objectif de cette expérience est de contrôler le flux obtenu au niveau d'un photorécepteur. Ce flux dépendra de l'éclairage ambiant (attention au 50 Hz des néons !) et du flux émis par une LED. Si cette expérience n'a pas un intérêt direct, elle permet de comprendre comment résoudre certains problèmes concrets comme le contrôle du flux émis par une diode laser.

II.1. Présentation du système.

Le système étudié se présente sous la forme suivante :



Le flux lumineux émis par la LED est contrôlé par le courant I_{led} . Ce courant est commandé par une tension au moyen d'un circuit électronique adapté (réalisé avec un transistor et des amplificateurs opérationnels, Cf annexe). L'objectif est d'avoir un courant suffisamment fort pour qu'un flux lumineux soit émis (mais pas trop car on risquerait alors de brûler le composant).

Le flux lumineux va être émis en direction de la photodiode. Cette dernière va convertir le flux lumineux en courant. Si on néglige le courant d'obscurité, on peut supposer que lorsque la photodiode est polarisée en inverse (ce qui est le cas ici), ce courant est proportionnel au flux lumineux reçu. On fera en sorte que la polarisation inverse soit assez forte (plus de 10V) afin que le temps de réponse du photorécepteur soit le plus rapide possible.

Le courant I_p sera converti en une tension V_{out} (plus facile à visualiser que I_p) au moyen d'un montage transconductance. Ce circuit réalise une simple conversion courant/tension, ainsi qu'un filtrage passe-bas des perturbations.

Pour le convertisseur tension/courant d'entrée de la boucle ouverte, on prendra une résistance $R_o=220\Omega$ alors que pour le convertisseur courant/tension en sortie de la photodiode, on prendra une résistance de mesure de $R_m=33k\Omega$. On travaillera avec la LED bleue.

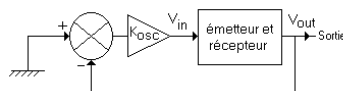
II.2. Méthode d'identification du système.

Dans le cas de cet exemple, on pourrait, comme pour la machine à courant continu, chercher à faire une identification de la boucle ouverte et en déduire un correcteur qui permettrait d'avoir la réponse désirée en boucle fermée. Cependant, dans le cas qui nous intéresse, il apparaît assez rapidement que l'ordre du système est au moins égal à 3 (à cause de la LED, des amplificateurs opérationnels, de la photodiode, de l'amplificateur de courant en sortie). Pour des systèmes d'ordre élevé, il n'est pas évident de déterminer précisément l'ordre auquel on peut se permettre de s'arrêter dans la modélisation (et donc dans l'identification).

Plutôt que de perdre son temps dans de fastidieuses et probablement infructueuses réflexions et expériences, on peut choisir d'adopter une méthode empirique, qui nous conduira directement à un correcteur satisfaisant (PI ou PID). Nous pouvons, par exemple, choisir la méthode de Ziegler Nichols, qui est adaptée à notre système

Méthode de Ziegler Nichols.

- Tout d'abord, on identifie la réponse du système dans des conditions particulières. On fait en sorte de fermer la boucle d'asservissement. Le signal récupéré sur la photodiode est injecté sur l'entrée «-» du comparateur et l'entrée «+» est mise à la masse. En sortie du comparateur, on place un simple correcteur proportionnel de gain réglable. On règle ce gain jusqu'à la valeur K_{osc} pour laquelle on a apparition d'oscillations. On note alors K_{osc} , ainsi que T_{osc} , la période de ces oscillations.



• Ensuite, on déduit des valeurs obtenues, les paramètres caractéristiques du correcteur P.I. qui permet de trouver un bon compromis entre rapidité et stabilité : $K_c = 0,45.K_{osc}$ et $T_c = 0,83.T_{osc}$

rq : on rappelle que le correcteur P.I. a pour fonction de transfert

$$C(p) = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{T_c \cdot p} \right)$$

II.3. Travail expérimental.

• Positionnement du système :

Pour que cette expérience fonctionne correctement, il faut que le gain de la chaîne directe soit assez fort, et donc que l'émetteur et le récepteur soient assez proches l'un de l'autre. Placez le récepteur suffisamment proche de l'émetteur pour avoir un gain qui autorise des oscillations une fois la boucle fermée (de quelques mm à qq cm maximum). Pour choisir, on fera en sorte que la méthode de Ziegler Nichols conduise à des oscillations pour un gain de correcteur compris entre 1 et 10.

Si émetteur et récepteur sont trop éloignés, il devient impossible de rendre le système instable à cause des non linéarités. S'ils sont trop proches, les oscillations risquent d'apparaître trop facilement...

rq : on notera que les néons introduisent parfois une perturbation parasite à 100 Hz. Pour éviter ce problème on peut être contraint d'éteindre la lumière ou de cacher un minimum la zone entre émetteur et récepteur... Si émetteur et récepteur sont assez proches, le problème est souvent moins gênant.

• Préambule.

Relever, en continu, la tension récupérée en sortie du montage transconductance (borne V_{out}) en fonction de la tension qui commande le courant injecté dans la LED rouge (borne C1). En déduire la composante continue à appliquer sur V_1 .

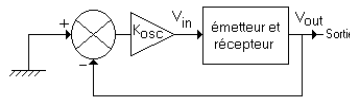
Ceci étant fait, on ne touche plus à V_1 et on applique une tension V_{in} destinée à moduler le signal (c'est par là qu'arrivera l'« information » par la suite). La plage définie précédemment nous indique la limite d'amplitude à ne pas dépasser pour moduler correctement. Compte tenu de la structure du système, on constate que le gain de la boucle ouverte est négatif. Pour avoir un gain positif, on ajoutera en sortie un étage inverseur à amplificateur opérationnel (prendre deux résistances de 10 kΩ environ, un TL081, son courage à deux mains, et câbler soimême sur plaquette).

Pour la valeur de composante continue choisie, relever l'effet d'une lampe de poche sur le signal de sortie (on placera la lampe de poche afin qu'elle provoque une fluctuation d'une dizaine de % de la sortie et on notera cette position pour la suite).

• Exemple d'approche empirique : calcul d'un correcteur P.I. par la méthode de Ziegler-Nichols.

Grâce à cette méthode, nous pourrions calculer les coefficients d'un correcteur P.I. qui devra nous permettre de rendre l'intensité lumineuse reçue par la photodiode insensible (ou moins sensible...) aux perturbations extérieures (approche d'une lampe de poche, variation des caractéristiques de la LED avec la température...). Nous allons utiliser une méthode parmi d'autres, la méthode de Ziegler-Nichols. Cette méthode nécessite de fonctionner en deux temps

- Tout d'abord, on identifie la réponse du système en fermant la boucle d'asservissement avec un correcteur proportionnel de gain réglable et en appliquant en entrée (V_{in}) une tension nulle (pour l'ensemble comparateur/correcteur, Cf annexe ...).
- On part du gain le plus faible et on augmente jusqu'à la valeur K_{osc} pour laquelle on a apparition d'oscillations. On note alors K_{osc} , ainsi que T_{osc} , la période de ces oscillations.



- On en déduit les valeurs des paramètres caractéristiques du correcteur P.I. par les relations suivantes : $K_c = 0,45.K_{osc}$ et $T_c = 0,83.T_{osc}$

• Mise en œuvre du correcteur identifié.

On réalise la boucle et dans un premier temps, on se contente d'une consigne continue. Si le système est bien sans erreur statique, quelle plage de tension peut on envisager en entrée ? On applique alors une tension d'entrée qui satisfait à cette remarque et on observe ce qui se passe lorsque l'on place une lampe de poche comme à la question du préambule. Qu'observe-t-on lorsque l'on regarde l'intensité lumineuse délivrée par la LED ? Que s'est-il passé lors de l'application de la perturbation (surintensité lumineuse) ? Si la perturbation devient trop importante, expliquer pourquoi le système ne suit plus. S'agit-il d'un problème linéaire ?

On fait maintenant en sorte d'appliquer un signal continu auquel on superpose un créneau (on doit toujours faire attention à la plage d'amplitude dans laquelle se situe l'ensemble). Relever le temps de passage à 90% (pour ça, on devra choisir une fréquence de créneaux adaptée). Que se passe-t-il, en terme de rapidité et de stabilité quand on augmente le gain K_c au-delà de ce qui a été défini par Ziegler-Nichols ?

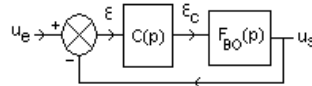
Exercices

Avant la séance de TP suivante, vous rédigerez les réponses aux questions suivantes dans votre cahier de TP.

Question 10-A : On identifie la fonction de transfert d'un ensemble [alimentation continue fixe/hacheur série non réversible/machine à courant continu/dynamo tachymétrique] par une fonction de transfert de type

$$G_{BO}(p) = \frac{K_{BO}}{1 + \tau_{BO} \cdot p} \quad \text{avec} \quad K_{BO}=0.85 \quad \text{et} \quad \tau_{BO}=120\text{ms}$$

On choisit une correction proportionnelle-intégrale $C(p)$ afin qu'en régime permanent, la tension de sortie et la tension d'entrée se suivent parfaitement.



-Expliquer pourquoi, dans ce cas, alors que $u_{s\infty}$ est égale à $u_{e\infty}$, et donc ϵ_{∞} est nulle, on a $\epsilon_{c\infty}$ non nul ce qui explique que $u_{s\infty}$ est non nulle.

-Calculer les caractéristiques d'un correcteur proportionnel intégral qui assure l'absence d'erreur statique pour un échelon en entrée et permet d'obtenir une fonction de transfert en boucle fermée telle que

$$G_{BF}(p) = \frac{K_{BF}}{1 + \tau_{BF} \cdot p} \quad \text{avec} \quad \tau_{BF}=120\text{ms}$$

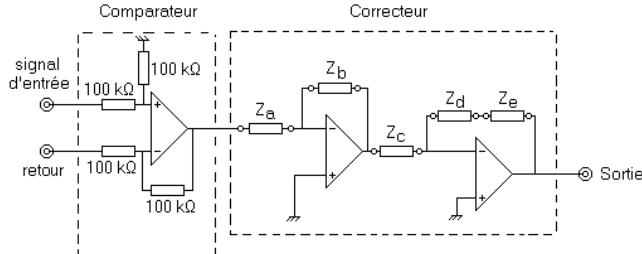
-Quelle est la valeur de K_{BF} et quel est l'intérêt de cette valeur ? Pour un gain trop fort du proportionnel intégral, on peut voir apparaître un dépassement sur la réponse en boucle fermée. Qu'est-ce que ça signifie ?

Question 10-B : On réalise le même système qu'à la question précédente avec une boucle fermée sans erreur statique. Le gain de la dynamo tachymétrique est de 6V pour 1000 tours/min. La commande du hacheur donne un rapport cyclique qui évolue linéairement entre 0 et 1 en fonction de la tension, pour une tension d'entrée comprise entre 0 et 10V. Le hacheur découpe une tension continue de 30V. On supposera que le moteur tourne à 2000 tours par minute pour une tension d'entrée de 40V. On supposera que cette tension et la vitesse évoluent pratiquement linéairement. On supposera qu'il n'y a pas de saturation en courant sur l'alimentation. Calculez la plage de tension d'entrée sur laquelle la sortie du système asservi suit, sans erreur, une consigne constante d'entrée.

Question 10-C : De quoi dépend la plage de réponse des deux systèmes asservis dans le TP ? Expliquez les causes du décrochage de l'asservissement dans les deux cas quand le signal d'ordre donné sort de cette plage.

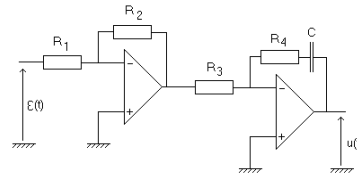
Annexe1: structure du boîtier comparateur/correcteur

- L'ensemble permettant de réaliser le comparateur présente la structure suivante :



Le comparateur est un simple soustracteur à amplificateur opérationnel. L'étage correcteur comprend deux étages inverseurs en cascade. Le gain de l'ensemble est donc positif quand chacun d'eux est utilisé.

- Pour réaliser un correcteur proportionnel intégral on réalisera le circuit suivant



Son gain est

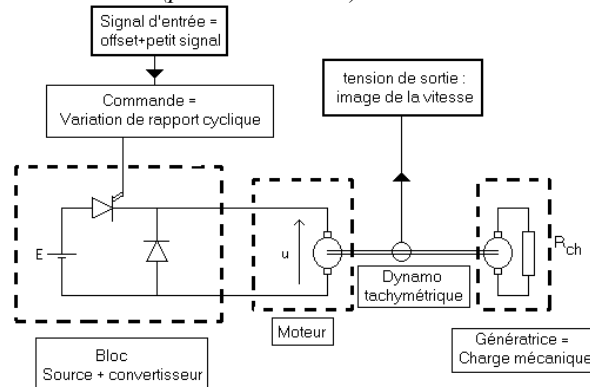
$$C(p) = \left(\frac{R_2 \cdot R_4}{R_1 \cdot R_3} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{R_4 \cdot C \cdot p} \right) = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_c \cdot p} \right)$$

Annexe2 : travail expérimental résumé

Expérience 1 : contrôle de la vitesse d'un moteur à courant continu

a/ Le système en boucle ouverte

- Présentation de la boucle ouverte (prendre $E = 25V$)



Le tension $u(t)$ commande la vitesse de rotation du moteur. Cette tension est une tension en créneau. L'ondulation à la fréquence de hachage est filtrée par la machine. La vitesse de cette dernière ne dépend que de la « valeur moyenne » de $u(t)$ qui évolue au rythme du rapport cyclique fabriqué par la tension d'entrée, c'est à dire très lentement par rapport au hachage. En première approximation, si K est le coefficient de couplage électromécanique du moteur on peut dire que

$$\Omega(t) \approx \alpha(t) \cdot E / K$$

La machine qui fonctionne en génératrice représente une source de perturbation pour la vitesse. Quand R_{ch} diminue, le courant appelé sur la génératrice augmente, ce qui signifie que le couple résistant augmente aussi. La machine aura tendance à ralentir. Quand R_{ch} augmente, c'est le contraire et la machine tend à accélérer. En première approximation, on peut dire que le couple de charge exercé par la génératrice sur le moteur vaut

$$C_{ch} \approx \left(K^2 / R_{ch} \right) \Omega$$

Pour résumer le fonctionnement de la boucle ouverte, on peut dire que

$$\text{Tension d'entrée} \rightarrow \alpha \rightarrow \text{« moyenne » de } u \approx \alpha(t) \cdot E \rightarrow \Omega(t)$$

Sachant que $\Omega(t)$ peut être perturbée par une variation de E ou C_{ch} .

- *Identification*

- Définir la plage linéaire de fonctionnement du hacheur, en déduire l'amplitude de la composante continue, du créneau ainsi que la fréquence de ce dernier.
- Appliquer ce signal et en déduire le gain statique et le temps de réponse à 63% en utilisant les fonctions de l'oscilloscope.
- *Effet d'une perturbation*
- Réaliser un court circuit reproductible sur la le rhéostat de charge et mesurer l'effet en régime permanent sur la vitesse de rotation.
- Faire varier la tension de l'alimentation stabilisée de 10% et mesurer l'effet sur la vitesse.

b/ Le système en boucle fermée

- *Calcul du correcteur et bouclage*

- Donner la structure du correcteur proportionnel intégral, discussion sur la façon de fixer le gain et la constante de temps (Cf. cours).
- Calculer la constante de temps du correcteur proportionnel intégral qui permet de compenser le pôle principal du système (Cf. cours).
- Calculer le gain du correcteur proportionnel intégral en choisissant, dans un premier temps de garder le même temps de réponse en boucle fermée que celui que l'on avait en boucle ouverte (Cf. cours).
- Intégrer le comparateur et le correcteur dans la boucle... attention, l'entrée n'est plus la même qu'en boucle ouverte !

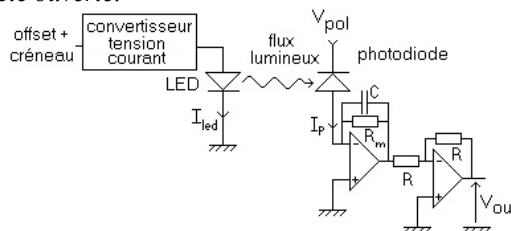
- *Plage d'asservissement*

- Appliquer une tension continue en entrée du système. Mesurer la plage sur laquelle le système suit. Expliquer pourquoi cette plage existe.
- Nous allons désormais appliquer un signal de commande dont la valeur (composante continue et variation) reste comprise dans cette plage
- *Effet d'une perturbation*
- Pour une tension d'entrée constante comprise dans la plage d'asservissement (au milieu), réaliser le même court circuit sur le rhéostat de charge puis la même variation de la tension d'entrée que lors des essais en boucle ouverte. Observer la réponse et expliquer.
- *Etude dynamique, effet de l'augmentation du gain statique du correcteur*
- Pour une tension d'entrée en créneau avec une composante continue adaptée comprise dans la plage d'asservissement, observer l'effet d'une augmentation du gain du correcteur sur le temps de réponse de la boucle, sur la linéarité de sa réponse et éventuellement sur sa stabilité. Conclusion ?

Expérience 2 : contrôle du flux lumineux émis par une LED

a/ Le système en boucle ouverte.

- *Présentation de la boucle ouverte.*



Un convertisseur tension/courant permet de générer le courant injecté dans la LED et donc de contrôler la puissance optique que cette dernière, à partir d'une tension d'entrée. Le flux est détecté par une photodiode, dont le courant de sortie est converti en tension par un circuit à amplificateur opérationnel. Tous ces éléments ont un comportement passe-bas.

On fera en sorte que le courant moyen injecté dans la LED permette à cette dernière de réagir linéairement à la variation de la tension d'entrée.

Par ailleurs, pour conserver un gain statique positif, il faut placer un circuit amplificateur inverseur de gain -1 en sortie du système

- *Présentation et justification de la méthode de Ziegler-Nichols.*

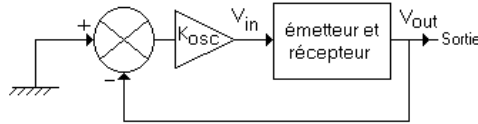
Le système est de type passe-bas d'ordre très élevé. Si on met ce passe-bas dans une boucle fermée avec un amplificateur dont on peut faire varier le gain, on va constater qu'au-delà d'une certaine valeur de ce dernier, des

oscillations vont apparaître en sortie. On a tout simplement réalisé un oscillateur à boucle de réaction. Le correcteur, que la méthode nous donne, va nous permettre de travailler sans oscillations, tout en ayant un gain assez fort pour que le système soit assez rapide.

b/ La boucle fermée.

- *Mise en œuvre de la méthode et élaboration du correcteur.*

Réaliser la structure suivante à partir de la boucle ouverte et du boîtier comparateur/correcteur dans laquelle le correcteur est un simple gain statique positif K_{osc} . L'entrée + du comparateur est mise à la terre.



Noter la fréquence des oscillations et le gain qui conduit à l'apparition de ces dernières. En utilisant les valeurs données par la méthode, réaliser le correcteur et retirer la mise à la terre de l'entrée + du comparateur qui devient l'entrée de commande de la boucle fermée.

- *Plage d'asservissement*

- Appliquer une tension continue en entrée du système. Mesurer la plage sur laquelle le système suit. Expliquer pourquoi cette plage existe.

- Nous allons désormais appliquer un signal de commande dont la valeur (composante continue et variation) reste comprise dans cette plage

- *Effet d'une perturbation*

- Pour une tension d'entrée constante comprise dans la plage d'asservissement (au milieu), écarter lentement l'émetteur du récepteur et observer l'entrée, la sortie et l'état de la LED.

- *Etude dynamique, effet de l'augmentation du gain statique du correcteur*

- Pour une tension d'entrée en créneau avec une composante continue adaptée comprise dans la plage d'asservissement, observer l'effet d'une augmentation du gain du correcteur sur le temps de réponse de la boucle et sur sa stabilité. Conclusion ?

Version septembre 2020

TP 10 : Exemple d'expériences utilisant une carte Arduino

- *Rédaction du cours et travail expérimental associé* : Jean-Baptiste Desmoulins (P.R.A.G.)
mail : jean-baptiste.desmoulins@ens-paris-saclay.fr

- *Présentation* : Dans ce TP, nous allons utiliser une carte Arduino afin de traiter le signal ou pour piloter des systèmes physiques. L'intérêt de ce type de système est son faible coût. Néanmoins, ses performances restent limitées dès que l'on doit monter en fréquence. Il convient cependant parfaitement à la caractérisation et au pilotage de systèmes mécaniques ou thermiques dans lesquels les constantes de temps restent supérieures à 1ms environ.

Pour tous les programmes que vous utiliserez par la suite, avant d'exécuter, vérifiez d'activer le bon port COM. Pour cela, allez dans « Outils », Port et validez le port détecté après avoir raccordé la carte avec un câble USB.

1. Etude de quelques limites d'usage des microcontrôleurs

Les microcontrôleurs permettent de réaliser de nombreuses opérations de traitement des données. Néanmoins, on ne peut pas se contenter d'écrire un programme qui exécute les opérations souhaitées, sans tenir compte des conditions et des conséquences matérielles de l'exécution.

Par exemple, exécuter une instruction, quelle qu'elle soit prend du temps (chaque instruction a un temps d'exécution propre).

Par ailleurs, l'instant auquel une instruction est exécutée dépend du temps nécessaire à exécuter les instructions précédentes. Si on veut qu'une instruction soit exécutée après une durée précise (pas d'échantillonnage de sortie d'une valeur par exemple), on devra avoir recours à une horloge interne au microcontrôleur. Il ne faudra pas définir la durée de sortie de la donnée en la faisant calculer par le programme car alors, le pas d'échantillonnage sera beaucoup moins stable.

Exemple du temps d'exécution de quelques opérations

Avec le programme de test de l'échantillonnage, on envoie la sortie au niveau « haut » (= 255 sur 8 bits soit 5V en tension) et on exécute les instructions avec la sortie dans cet état. Dès que les instructions sont toutes exécutées, on repasse la sortie au niveau bas (=0 sur 8 bits soit 0V en tension) et on recommence l'opération tous les « pasEch » (durée en μ s du pas d'échantillonnage valant 400 par défaut).

On observe la sortie 5 de la carte sur laquelle est envoyé le signal de test.

En utilisant le programme de test de l'échantillonnage avec timers, tester le temps nécessaire à l'instruction « analogWrite » qui consiste à envoyer sur le convertisseur numérique analogique de sortie. Pour ça, on exécute l'instruction entre 1 et 10 fois par pas de 1 et on observe le temps d'exécution global que l'on trace en fonction du nombre de fois qu'« analogWrite » est exécutée. Pour choisir le nombre de fois qu'on exécute une instruction, on commente ou on décommente en fonction de ce que l'on veut.

- *En déduire le temps nécessaire à exécuter « analogWrite » une fois.*
- *Même question pour les instructions « micros » et « analogRead ». Quel problème finit par poser « analogRead » au-delà de 3 exécutions?*

- Conclusion, parmi ces trois instructions, laquelle pèsera davantage dans le temps d'exécution d'un programme ?
- Peut-on dire que le temps d'exécution d'une suite d'instruction soit parfaitement fixé ?

Obtention du temps d'échantillonnage par deux méthodes différentes

On utilise les deux programmes permettant de tester le pas d'échantillonnage et les temps d'instruction, avec un seul AnalogWrite de mise à 255, de deux façons différentes. Le premier programme calcule une durée pour obtenir le pas avec une boucle qui attend une durée proche du pas avant d'exécuter alors que le second, utilisé à la question précédente, sort le résultat après un nombre donné de pas d'horloge du microcontrôleur.

- On fixe avec chaque programme un pas d'échantillonnage de $400\mu s$ et on compare la valeur obtenue effectivement ainsi que sa stabilité suivant la façon d'écrire le programme. Conclusion quant à la valeur obtenue (moyenne et écart-type) ?
- Que se passe-t-il si on diminue le pas d'échantillonnage et que ce dernier passe en dessous du temps d'exécution de l'ensemble des instructions ?

Nombre de bits de numérisation, plage de travail et résolution

Cette question est purement théorique mais permet de réfléchir à l'impact du nombre de bits sur lequel on code une tension délivrée par un capteur sur la plage des valeurs représentables de la grandeur décrite par ce capteur ainsi que sur la résolution de description de cette grandeur.

- On considère un capteur de température LM35 qui délivre $10mV/^{\circ}C$. Avec une carte Arduino qui permet de numériser le signal sur 10 bits sur une plage comprise entre 0 et 5V, quelle plage de température peut-on décrire avec un tel capteur et quelle est la résolution en température ? Même question pour le ce capteur que l'on amplifie avec un gain en tension de 10 ce qui conduit à un gain de $100mV/^{\circ}C$. Quel est l'intérêt de l'amplification ?

2. Réalisation d'un filtre numérique avec une carte Arduino

Nous avons vu que pour réaliser un filtre avec une fréquence d'échantillonnage définie correctement, il faut utiliser les timers de la carte Arduino pour fixer les instants de calcul des échantillons de sortie. C'est donc avec des filtres programmés de la sorte qu'on va travailler dans les applications qui suivent.

Compte tenu de la sortie en PWM, la sortie analogique sera obtenue avec un filtre passe-bas RC de fréquence de coupure voisine du kHz.

2.1. Théorie sur l'exemple du passe-bas d'ordre 1.

Si on souhaite par exemple réaliser un filtre passe-bas du premier ordre, la fonction de transfert est

$$\underline{H}(f) = \frac{G_o}{1 + j \cdot f / f_c}$$

Si s est la grandeur de sortie et e la grandeur d'entrée, l'équation différentielle qui correspond à cette fonction de transfert s'écrit

$$\frac{ds}{dt} = 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot (G_o \cdot e - s)$$

Numériquement, si T_e est le pas d'échantillonnage, on va écrire que

$$\frac{ds}{dt} \approx \frac{s_{n+1} - s_n}{T_e}$$

L'équation différentielle devient

$$s_{n+1} = s_n + 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot T_e \cdot (G_o \cdot e_n - s_n)$$

C'est cette relation de récurrence qui sera utilisée dans le programme pour calculer la sortie du filtre à partir des valeurs acquises en entrée.

Remarque : on ne le démontrera pas, mais ce filtre n'est stable que quand $f_c < 1/(\pi \cdot T_e)$. C'est une différence importante avec les filtres analogiques de même nature.

Remarque : Compte tenu de la faible valeur maximale possible de la fréquence d'échantillonnage on ne pourra pas réaliser de filtres qui réalisent du filtrage à des fréquences au-delà de quelques kHz. Le filtrage numérique avec une carte Arduino ne sera donc utile que pour des applications lentes (mécanique, thermique...).

2.2. Caractéristiques du filtre passe-bas d'ordre 1 :

Le signal appliqué en entrée présentera une composante continue de 2,5V et une amplitude de 5V pic à pic. En effet, la carte Arduino ne peut gérer un signal d'entrée qu'entre 0 et 5V. La fréquence de coupure du passe-bas analogique de sortie est de qq kHz (R=1kΩ, C=100nF par exemple).

- Lancez le programme permettant de réaliser un passe-bas d'ordre 1 de gain statique égal à 1, de fréquence de coupure 10Hz avec un pas d'échantillonnage de 400μs. Pourquoi n'a-t-on pas utilisé une fréquence d'échantillonnage plus petite ? Relevez la fonction de transfert et comparez à la fonction de transfert théorique attendue.
- On modifie le filtre précédent en augmentant sa fréquence de coupure. Que se passe-t-il quand la fréquence dépasse 795Hz ? Est-ce conforme à ce qui était attendu ?
- On réalise un passe-bas avec une fréquence de coupure de 700Hz (assez élevée pour qu'on puisse voir le sous échantillonnage). Avec un pas d'échantillonnage de 400μs, quelle est la fréquence d'échantillonnage ? Que se passe-t-il quand la fréquence du signal d'entrée dépasse 1250Hz. Observez la fréquence du fondamental du signal observé en sortie quand la fréquence du signal d'entrée vaut 2300Hz. Est-ce la valeur attendue ?
- Calculez le temps de calcul d'un échantillon. Est-ce conforme avec ce que vous avez mesuré dans la partie précédente ? Dans ces conditions, quelle serait d'après-vous la fréquence d'échantillonnage maximale tolérée par ce programme ?

2.3. Autre exemple de filtre : le réjecteur du 50Hz

Pour réaliser un filtre réjecteur, on va définir la sortie du filtre à partir de la soustraction d'un filtre passe-tout avec un filtre passe-bande. On aurait pu choisir la formule classique du réjecteur mais elle ne fonctionne pas de façon satisfaisante dès qu'on veut un système très sélectif. Avec la méthode que nous proposons, en ajustant le gain du passe-bande très sélectif, il est possible d'obtenir une réjection pratiquement complète sur une fréquence proche de 50Hz avec une bande de réjection de quelques Hz.

- Lancez le programme créant un filtre réjecteur. Relevez la fonction de transfert autour de 50 Hz pour vérifier que ce filtre a bien le comportement attendu.
- Pour tester la réjection avec ce filtre, on va réaliser avec le générateur 33220A ou équivalent un signal modulé en amplitude à porteuse conservée avec une porteuse de 50,3Hz (fréquence effective de réjection du filtre) et une modulante de 5Hz pour un taux de modulation de 50% environ (l'enveloppe a une période de 0,2s, le signal présente un offset de 2,5V). Observez le signal avant et après filtrage. La réjection du 50Hz a-t-elle bien été réalisée ?

3. Réalisation d'une régulation de température avec Arduino

Nous allons réaliser un dispositif qui va avoir un comportement proche de ce qui vient d'être fait dans la partie précédente. Simplement, cette fois, la boucle ouverte ne sera pas un simulateur

analogique mais un dispositif réel de chauffage avec un capteur de température. Nous allons chercher à contrôler la température de l'élément chauffant.

3.1. Présentation du système chauffant avec mesure de température

Nous allons décrire les principaux éléments du système, expliquer comment câbler l'ensemble et donner quelques éléments de modélisation en travaillant avec un modèle linéaire simple.

3.1.1. Description des éléments.

Le système de chauffage nécessite l'usage de plusieurs éléments :

- Un amplificateur de puissance

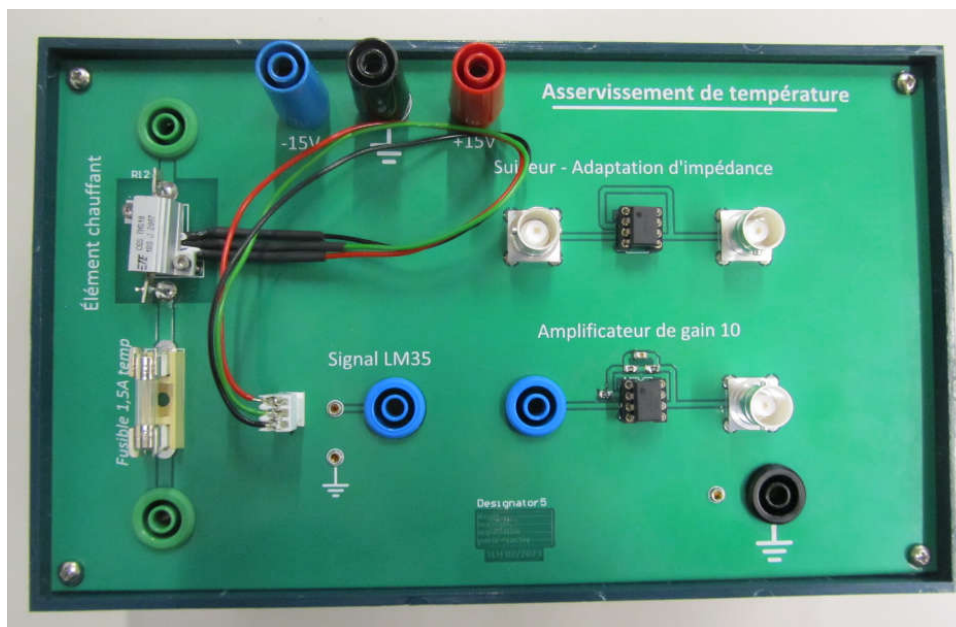


On règle le gain au minimum (gain en tension proche de 1). Cet amplificateur ne peut pas délivrer un courant qui dépasse 900mA.

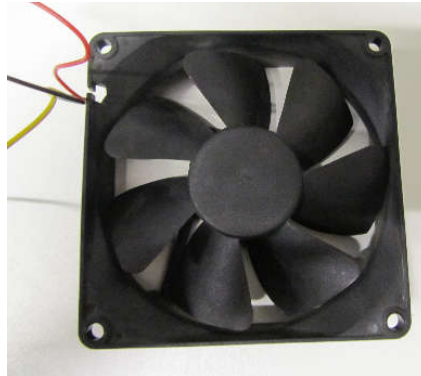
- Une maquette qui comporte la résistance chauffante (une simple résistance de puissance de 1Ω) et le capteur de température ainsi que deux blocs analogiques dont nous aurons besoin pour faire fonctionner le système :

- un amplificateur de gain 10 pour faire passer le gain du capteur de $10\text{mV}/^\circ\text{C}$ à $100\text{mV}/^\circ\text{C}$ ce qui permettra de numériser le signal plus correctement (en utilisant le maximum de niveaux possible).

- un suiveur qui permet une adaptation d'impédance entre la sortie PWM de la carte Arduino et l'entrée de l'amplificateur de puissance.



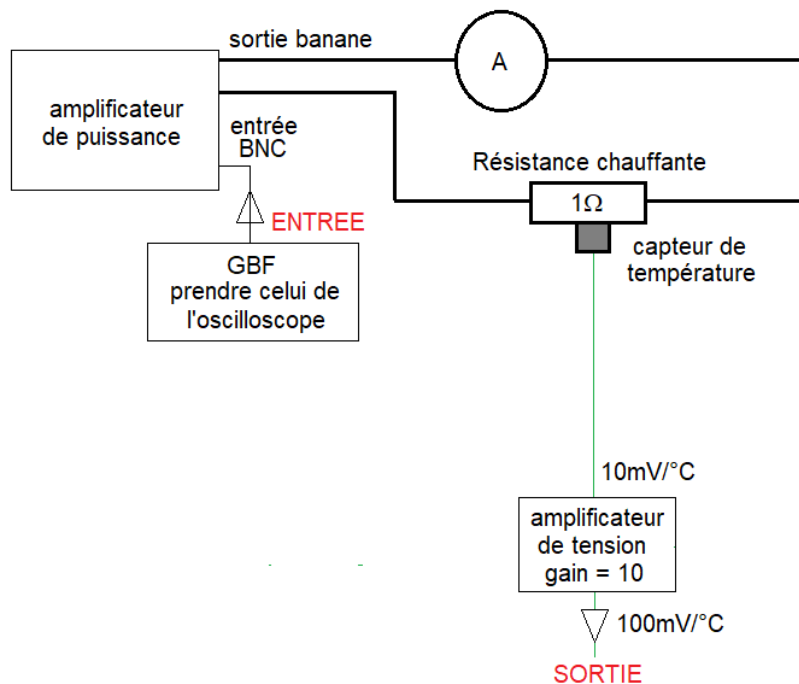
- Un dispositif qui permet de perturber le système de chauffage en réalisant un courant d'air au moyen d'un ventilateur d'ordinateur alimenté sous 10V (on prend simplement un GBF qui délivre 10V en continu) que l'on placera à quelques centimètres du système chauffant. Ce courant d'air va tendre à faire baisser la température.



Si le système n'est pas asservi ou s'il est asservi avec un correcteur proportionnel, la température va se stabiliser sur une nouvelle valeur. En revanche, avec un correcteur proportionnel intégral, après une phase transitoire due à la perturbation, le système va chauffer davantage et faire en sorte que la température revienne à l'état initial, avant perturbation. La température, en régime permanent sera donc devenue insensible à cette perturbation.

3.1.2. Câblage du système en boucle ouverte.

Schématiquement, on peut présenter l'ensemble de la façon suivante :



Dans le fonctionnement en boucle ouverte, c'est le GBF qui délivre le signal qui doit agir sur la température. Sachant que l'amplificateur de puissance ne peut pas délivrer plus de 900mA, on fera en sorte d'appliquer un signal en entrée

3.1.3. Modélisation linéaire du système en boucle ouverte et fermée

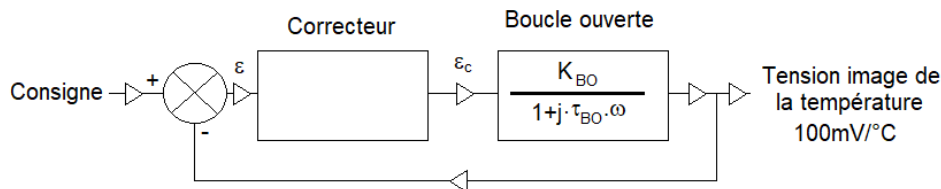
Nous allons supposer que notre système en boucle ouverte est passe-bas ce que confirme les observations faites lors des essais en boucle ouverte. Pour simplifier les calculs, même si ces hypothèses sont probablement simplistes, nous supposons que le passe-bas est d'ordre 1 et que le comportement du dispositif reste linéaire. La grandeur d'entrée sera la tension d'entrée appliquée à l'amplificateur de puissance et la grandeur de sortie la tension délivrée par le capteur de température amplifié (gain de 100mV/°C).

Dans ce cas, la fonction de transfert du système en boucle ouverte se présente, en régime harmonique, de la façon suivante :

$$F_{BO}(j, \omega) = \frac{K_{BO}}{1 + j \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_{BO}}\right)} = \frac{K_{BO}}{1 + j \cdot \tau_{BO} \cdot \omega}$$

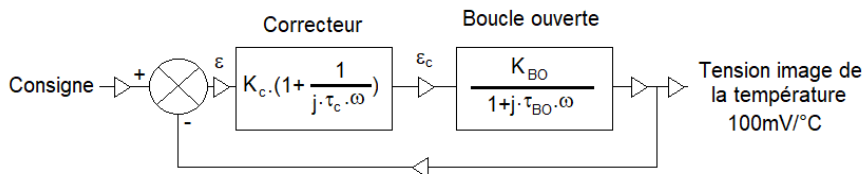
Ce système sera donc caractérisé par deux paramètres, son gain statique K_{BO} (gain en continu) et sa pulsation de coupure ω_{BO} ou son temps de réponse à 63% τ_{BO} .

Une fois en boucle fermée, le système en boucle ouverte est intégré dans un système plus complexe qui peut être présenté de la façon suivante :



La consigne, le comparateur (le soustracteur qui soustrait à la consigne le signal du capteur) et le correcteur peuvent être réalisés par la carte Arduino.

- Dans le cas d'un correcteur proportionnel-intégral, on est ramené à la structure suivante.



Si on prend une constante d'intégration τ_c égale au temps de réponse à 63% de la boucle ouverte τ_{BO} , la boucle fermée reste passe-bas et présente une fonction de transfert en régime harmonique de forme suivante :

$$F_{BF}(j, \omega) = \frac{1}{1 + j \cdot \tau_{BF} \cdot \omega}$$

Dans le cas d'une entrée constante, cette fonction de transfert se résume au gain statique de 1, ce qui signifie que pour une consigne donnée en entrée, on s'attend à la même valeur en sortie.

Dans ce dispositif, l'approche linéaire n'est pas très satisfaisante. En effet, alors que le système est capable d'augmenter le courant pour chauffer davantage, dès que la température doit décroître, le courant revient rapidement à zéro, mais on ne dispose pas d'un dispositif qui permet d'accélérer le refroidissement. La température décroît alors par échange thermique avec le milieu ambiant, avec des caractéristiques dynamiques qui sont très différentes du chauffage.

3.1.4. Contrôle de température en « tout ou rien »

Compte tenu de la non-linéarité du système, la méthode la plus simple pour stabiliser la température autour d'une consigne est la méthode dite « tout ou rien ». Le principe consiste à comparer la température de consigne avec la température indiquée par le capteur. Si la consigne est supérieure, on injecte le maximum de courant dans la résistance pour chauffer au maximum. Si la consigne est

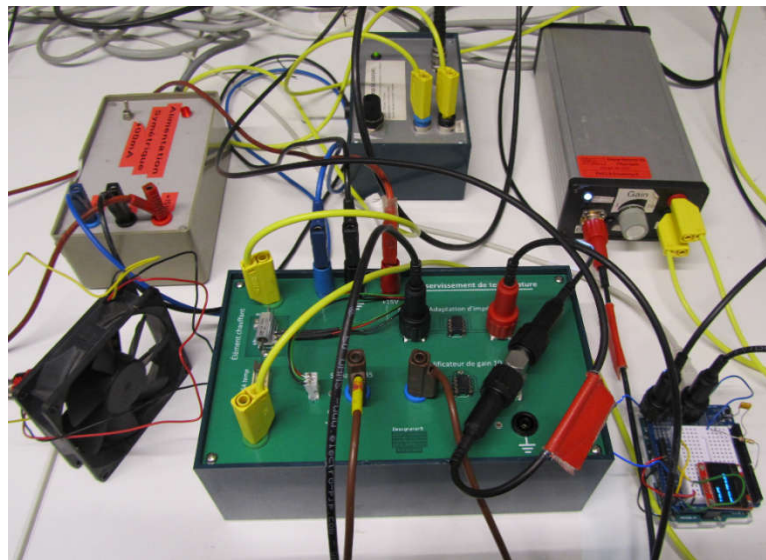
inférieure à la température indiquée par le capteur, alors on coupe le courant dans la résistance et donc le chauffage. Avec un tel système, la température évolue rapidement vers la valeur indiquée par la consigne et oscille autour de cette valeur. Si l'objectif n'est pas d'avoir une température fixée avec une résolution trop importante (four de cuisine...), cette méthode est simple et permet d'atteindre la température souhaitée rapidement.

3.2. Système chauffant asservi par l'intermédiaire d'une carte Arduino

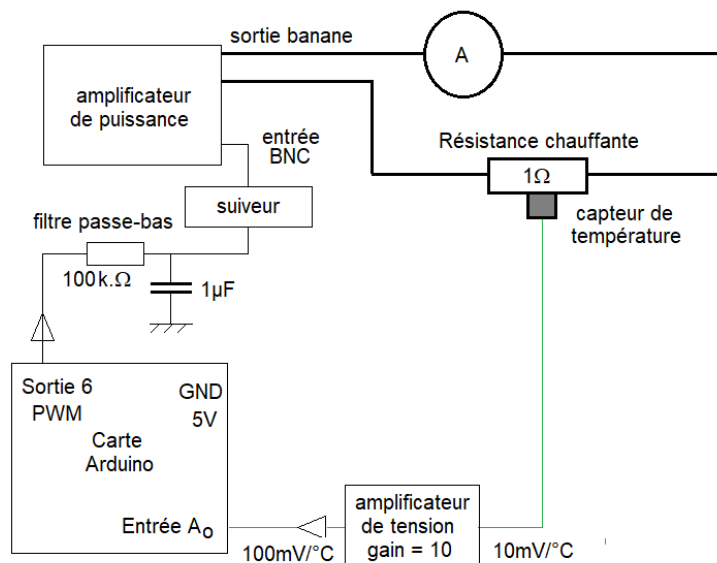
Nous allons donner quelques schémas qui permettent de câbler les différents éléments associés à la carte Arduino et expliquer comment utiliser les programmes associés à cette expérience.

3.2.1. Connexion de la carte aux éléments chauffants.

Le dispositif complet une fois câblé se présente de la façon suivante :

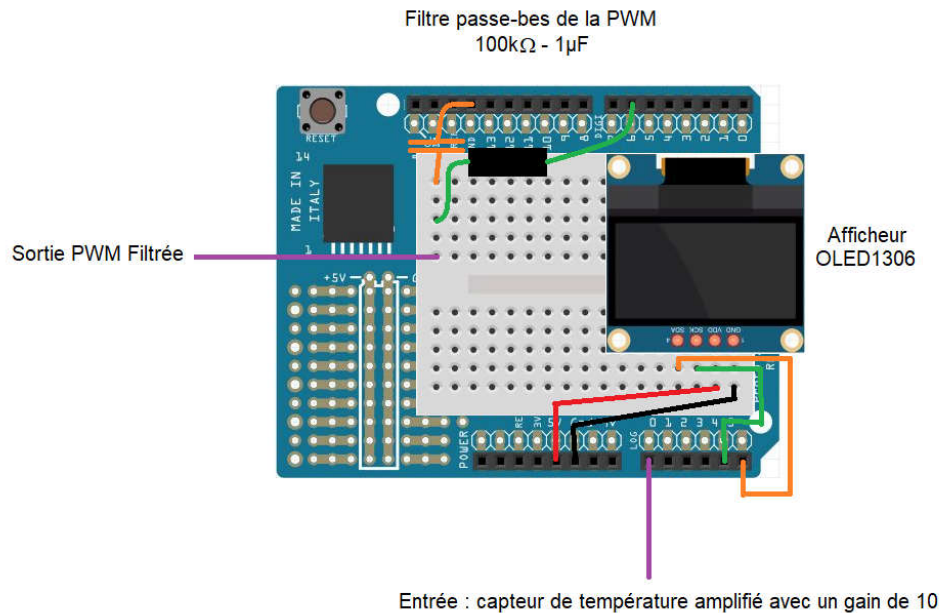


Le schéma de principe du système peut être présenté de la façon suivante :

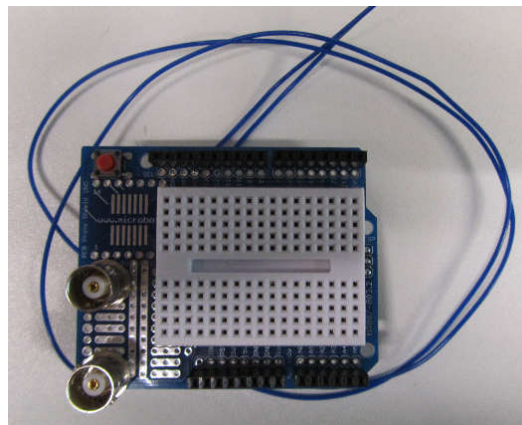


La résistance chauffante, le capteur de température et son amplificateur de gain 10 ainsi que le suiveur sont intégrés sur la boîte associée à cette expérience. Le filtre passe-bas avec la résistance de $100\text{k}\Omega$ et la capacité de $1\mu\text{F}$ est réalisé sur la petite carte qui se fixe au-dessus de la carte arduino et on utilise les 2 bornes BNC de cette carte pour relier la sortie du filtre passe-bas au suiveur.

Pour raccorder la carte Arduino aux éléments utilisés (capteur de température, amplificateur de tension de gain 10, filtre passe-bas...), on donne les précisions suivantes :



L'afficheur n'est pas obligatoire mais il permet d'avoir un œil sur la température directement. Par ailleurs, le board pour fixer la capacité et la résistance comporte deux connexion BNC (Cf figure suivante) qui ne figurent pas sur le schéma précédent et dont l'un au moins sera utilisé pour récupérer le capteur de température amplifié afin de le raccorder à l'entrée Ao de la carte Arduino.



IMPORTANT : Le système est capable de représenter des tensions entre 0 et 5V. Avec notre capteur de température amplifié, nous avons $100\text{ mV}/^\circ\text{C}$ ce qui signifie qu'on ne peut représenter des températures qu'entre 0 et 50°C environ.

IMPORTANT : les tests ont été faits pour une température ambiante de 21°C , les tests de modification de température ont été faits entre 23°C et 27°C soit légèrement au-dessus de la température ambiante. Pour des essais faits en été, il faudra déterminer la température ambiante qui sera probablement plus élevée et travailler entre 2 et 6 degrés au-dessus de cette valeur. En cas de saturation pour la température maximale, ne pas hésiter à réduire l'ampleur du saut (par exemple de 1 à 3 ou 4 degrés au-dessus du niveau ambiant...).

3.2.2. Explications sur le programme utilisé

Dans cette partie, nous allons nous limiter à l'exemple d'un asservissement de température avec une correction en tout ou rien. Le programme existe en deux versions, l'une avec afficheur de température et l'autre sans système d'affichage. Disposer de l'afficheur est pratique pour savoir d'un coup d'œil où on en est. En revanche, l'utilisation de ce composant raccordé et alimenté par la carte Arduino introduit un bruit supplémentaire sur le signal délivré par le capteur. Les programmes sont commentés afin de dire à quoi servent les différents blocs.

Seuls la consigne et les éléments caractéristiques des correcteurs sont susceptibles d'être modifiés par les utilisateurs pour mettre en œuvre l'expérience. Vous trouverez ces éléments dans un bloc intitulé « VARIABLE A AJUSTER POUR L'ASSERVISSEMENT ».

Le dispositif travaille avec un capteur donnant $100\text{mV}/^\circ\text{C}$ et ne peut représenter des valeurs qu'entre 0 et 5V, ce qui signifie qu'on ne peut travailler qu'avec des températures comprises entre 0 et 50°C .

Programme avec asservissement en tout ou rien (version avec ou sans afficheur)

Le programme déclenche une acquisition du signal du capteur suivi du calcul de la sortie du correcteur à partir de ce signal et de la consigne. Pour effectuer ces calculs, il faut comprendre que le signal d'entrée issu du capteur est transformé en un nombre entier compris entre 0 et 1023 (la tension d'entrée est codée sur 10 bits), 0 correspondant à une tension nulle et 1023 à une tension de 5V. ce nombre entier compris entre 0 et 1023 est appelé « **Capteur** ».

Pour soustraire ce signal à la consigne, il faut donc transformer cette consigne (une température en $^\circ\text{C}$), en une tension équivalente ($100\text{mV}/^\circ\text{C}$) puis en un nombre entier exactement comme le signal du capteur. On fait alors la soustraction entre ces deux nombres entiers ce qui permet d'obtenir le signal de sortie du comparateur «**Epsilon**».

On calcule alors le signal de sortie « s » du correcteur. Dans ce cas, le résultat est directement Epsilon. Dans cette relation, le pas d'échantillonnage « **pasEch** » intervient mais comme on a besoin d'une valeur en seconde et que « **pasEch** » est exprimé en microsecondes, on divise par 1000000.

On teste alors deux conditions. Si le signal obtenu est positif (température mesurée sous la consigne), on sature à 1023 (on chauffe au maximum). Si le résultat est négatif, la sortie est forcée à 0 (on coupe le chauffage).

Le signal obtenu est alors ramené sur 8 bits car la PWM de sortie est un convertisseur numérique-analogique qui gère des signaux numériques sur 8 bits. Pour ça, il suffit de diviser le signal « s » par 4 (reportez-vous à l'annexe II) et c'est donc « s » divisé par 4 qui est envoyé sur la sortie de la PWM par l'instruction « **analogWrite** ».

Par défaut, cet ensemble d'opérations est effectuée toutes les ms ($1000\mu\text{s}$). Compte tenu de la lenteur des phénomènes observés, cette fréquence d'échantillonnage sera suffisante et permettra de filtrer sans trop de problème le signal de la sortie en PWM.

Si vous utilisez le module d'affichage, à la suite du calcul de « Epsilon », le programme calcule « **CapteurAffich** », un nombre réel affiché avec deux chiffres après la virgule qui correspond à la température en $^\circ\text{C}$ (pour un gain de capteur supposé à égal à $100\text{mV}/^\circ\text{C}$ et une tension de 5V sur la carte qui reste bien égale à 5V lorsque la carte fonctionne).

Le programme va également calculer et afficher le signal en sortie de la PWM (en V).

3.3. Travail expérimental

- Mesure de la température ambiante, définition des plages de travail

A l'aide d'un thermocouple, relever la température ambiante. On travaillera ensuite en faisant évoluer la température entre cette valeur + 2°C et cette valeur + 6°C . Cette étape est importante car la plage de travail va dépendre de la saison à laquelle on fait l'expérience...si on fait le TP en février à Saclay avec un système de ventilation qui marche, la température sera

probablement très différente que pendant une leçon ou un montage à Saint-Maur fin juin pendant une canicule...ou un jour d'orage...

- L'asservissement en tout ou rien

On réalise la boucle fermée en utilisant le programme d'asservissement en tout ou rien. On placera un ampèremètre pour mesurer le courant dans la résistance chauffante. Le principe de cet asservissement est très simple, soit la température est sous la consigne et le système chauffe au maximum de ses capacités (courant maximum dans la résistance chauffante), soit la température est au-dessus de la consigne et le système cesse de chauffer (courant nul dans la résistance chauffante).

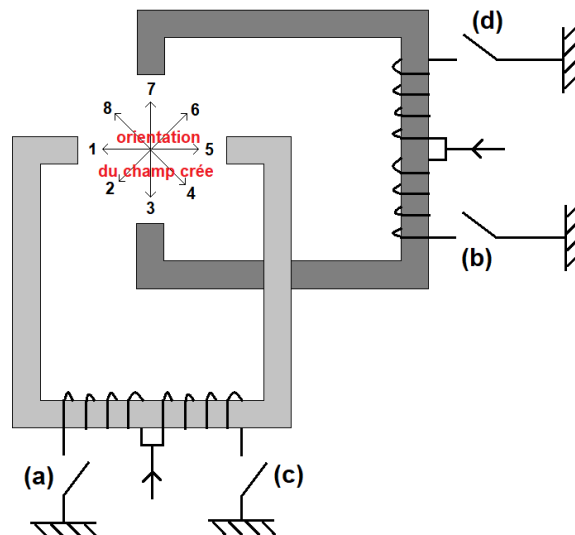
- Observer l'allure de la réponse quand on augmente la consigne, quand on diminue la consigne ainsi que quand le système a atteint son « régime permanent ».
- Lors des transitions entre deux consignes, quelle est la différence entre le temps de réponse à la montée et à la descente ? Pourquoi ?
- Observer le signal indiqué par l'ampèremètre qui mesure le courant injecté dans la résistance chauffante lorsque le système est en régime permanent. Comment qualifier le régime du courant ?
- Si on utilise le ventilateur et qu'on dirige le flux d'air vers la résistance chauffante, que se passe-t-il concernant la température ? Expliquer.

4. Commande d'un moteur pas à pas avec une carte Arduino

Les moteurs pas à pas sont des moteurs qui, comme leur nom l'indique, peuvent se déplacer d'un pas fixé à chaque impulsion de commande. Dans ce document, nous allons expliquer leur principe de fonctionnement puis mettre en œuvre un de ces moteurs pilotés par une carte Arduino. Nous nous limiterons à une famille de moteur pas à pas, les moteurs unipolaires (famille du moteur 28BYJ-48 dont nous disposons).

4.1. Principe de fonctionnement d'un moteur pas à pas

La structure simplifiée d'un moteur pas à pas peut être résumée sur le schéma suivant :



Les quatre interrupteurs reçoivent un signal logique de commande (valant respectivement 0 ou 1) qui est transformé en tension (tension respectivement nulle ou positive). Avec une tension positive, l'interrupteur est passant et un courant rentre par l'interrupteur. En revanche, avec une tension nulle, l'interrupteur est ouvert et aucun courant ne le traverse. Ces quatre interrupteurs seront nommés comme le signal logique qui leur est appliqué a, b, c et d. En gris foncé et gris clair, on a représenté les circuits

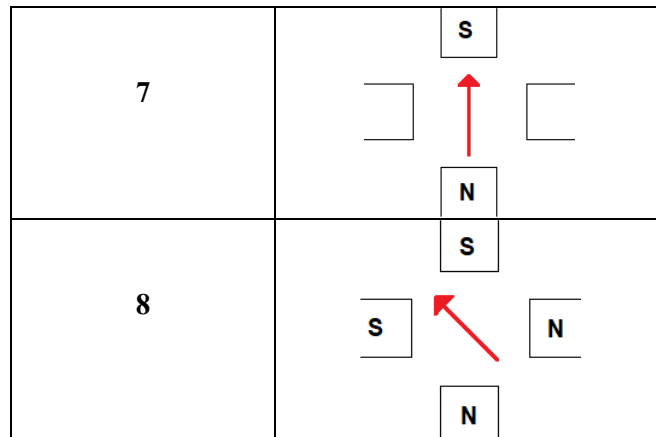
magnétiques qui canalisent le flux magnétique vers le rotor. Ce flux va prendre des directions différentes suivant les interrupteurs qui sont parcourus par des courants. L'orientation du flux proposé au rotor correspond aux position de 1 à 8 de la figure.

Nous allons faire en sorte d'appliquer la succession de valeurs (a,b,c,d) de la façon suivante :

Séquence de commande				Position du rotor
a	b	c	d	
1	0	0	0	1
1	1	0	0	2
0	1	0	0	3
0	1	1	0	4
0	0	1	0	5
0	0	1	1	6
0	0	0	1	7
1	0	0	1	8

Compte tenu de la structure présentée, chaque groupe de signaux correspond à un champ magnétique créé par le stator orienté de la façon suivante :

Position du rotor	Etat magnétique du système
1	
2	
3	
4	
5	
6	



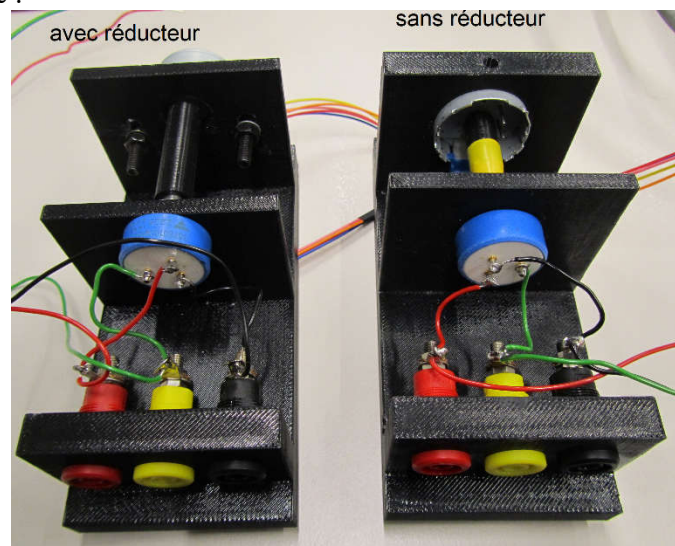
Chaque groupe de valeurs (a,b,c,d) correspond à une orientation du champ du stator. En faisant en sorte de produire des successions de groupes de valeur (a,b,c,d) qui correspondent à des positions angulaires successives les plus proches possible et en tournant toujours dans le même sens, on arrivera à faire tourner le champ créé par le stator avec un pas régulier de $360^\circ/8$.

Le moteur que nous utilisons présente cependant 8 paires de pôle. Sur un cycle de 8 états de commande, le moteur ne tournera donc pas de 360° mais de $360^\circ/8$. Chaque changement de l'état de commande permet donc de tourner de $360^\circ/8/8=360^\circ/64$ soit d'environ $5,625^\circ$.

Réducteur de vitesse pour diminuer le pas.

Si on veut un pas plus petit, on fera en sorte de placer sur l'arbre de rotation un système de réduction de vitesse (système à engrenage) qui va permettre d'obtenir le pas voulu (avec le moteur utilisé 28BYJ-48, nous auront un réducteur de vitesse qui divise cette dernière par 64, ce qui conduit à $64 \times 64 = 4096$ pas pour un tour complet).

Les bancs utilisés sont réalisés en conservant le réducteur de vitesse par 64 (bloc moteur fermé) ou en supprimant le réducteur (bloc moteur ouvert et association souple avec du scotch). Il se présentent sous la forme suivante :



Un potentiomètre de $10k\Omega$ sur un tour sert de capteur de position angulaire. Après un tour, la résistance revient à 0.

4.2. Réalisation de la commande par une carte Arduino

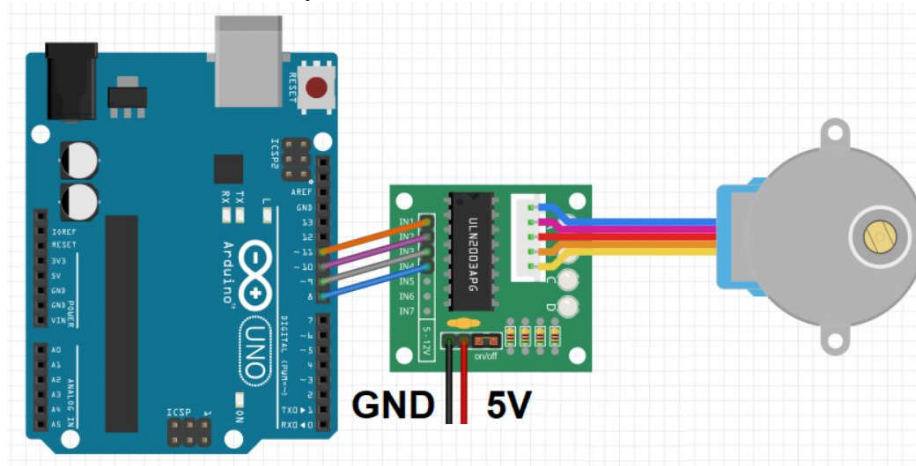
Avant d'utiliser le programme, allez dans « Outils »/ « Port » et valider le port détecté pour être certain que votre carte est bien détectée.

Le programme va envoyer une succession de groupes de 4 signaux logiques appliqués simultanément sur les interrupteurs sur une durée donnée. La succession de ces groupes de 4 signaux va permettre d'obtenir une succession de positions du rotor qui conduit à une rotation par pas.

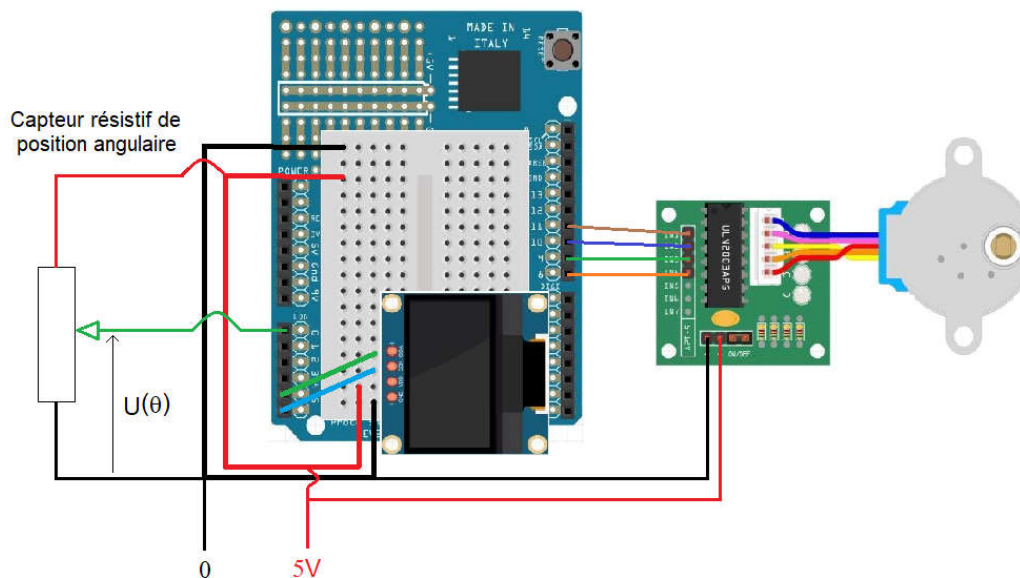
En raccourcissant la durée d'application d'un groupe de valeurs définissant une position du rotor, on va permettre au moteur de tourner plus vite. Néanmoins, si la durée d'un état est trop courte, le moteur n'aura plus le temps de réagir comme nous le souhaitons et le comportement obtenu ne sera plus celui attendu.

Ces signaux ne sont pas appliqués directement sur le moteur car la carte Arduino n'est pas conçue pour alimenter directement les phases du moteur. C'est le module ULN2003 qui va permettre d'adapter les signaux de la carte Arduino au moteur pour appliquer dans les phases de ce dernier les courants nécessaires à son bon fonctionnement. Ce module, comme l'afficheur que nous verrons après, seront alimentés par une alimentation 5V/1A externe car la carte Arduino ne peut pas maintenir 5V sur la sortie correspondante si cette sortie est trop fortement chargée (qu'on appelle trop de courant).

La connexion est réalisée de la façon suivante :

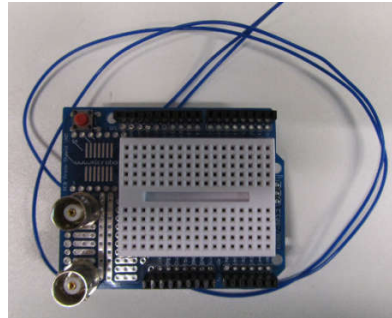


On peut éventuellement raccorder un capteur résistif de position (indispensable pour asservir en position) et utiliser un afficheur pour visualiser directement certains paramètres comme la position angulaire ou l'écart entre la position angulaire et une consigne. Dans ce cas, les éléments sont raccordés de la façon suivante :



Pour faciliter la connectique, et notamment le raccord de l'alimentation 5V, on peut utiliser un shield qui permet d'utiliser des connexions BNC pour les entrées et les sorties ou de filtrer une sortie

de PWM. Néanmoins, dans le cas de la mise en œuvre du moteur pas à pas, ce circuit ne sert qu'à raccorder plus facilement l'alimentation 5V et l'afficheur si ce dernier est nécessaire.



Remarque : si l'alimentation 5V de l'ULM2003 est prise sur la carte Arduino, le courant appelé étant important, on constate qu'elle peine à maintenir une tension égale à 5V (chute de tension quand le courant appelé est important, c'est-à-dire que les phases sont alimentées). Pour éviter ce problème, l'alimentation de l'ULN2003 peut être réalisée par une alimentation indépendante de 5V plus puissante que celle de la carte Arduino.

4.3. Etude expérimentale du moteur sans réducteur de vitesse

Dans ce cas, le moteur peut faire un tour en 64 pas. En effet, quand l'alimentation décrit un cycle de 8 états, le moteur tourne de $360^\circ/8$ en prenant 8 positions différentes compte tenu de la structure du champ créé par le stator.

- **On compte le nombre de pas sur un tour**

En utilisant le programme d'asservissement de position, placez le rotor dans une position de 1° environ.

Avec le même programme, mettre le rotor dans la position de 350° (on fait ainsi presque un tour complet). On choisira une durée de pas de 1000ms. Mettre l'oscilloscope en mode ROLL avec une base de temps de 10s/carreau. Une fois le tour complet effectué, faites le compte du nombre de pas pour faire un tour. Que dire de la régularité des pas ? Notez l'amplitude en tension d'un pas moyen... correspond-elle à ce que vous attendez ? Que se passe-t-il si on cherche à atteindre 360° ? Pourquoi ?

- **On observe la commutation sur un pas à la montée ou à la descente.**

Placer le moteur sur la position 90° , et toujours en mode ROLL mais avec une base de temps de 500ms/carreau, décalez le zéro afin de placer la trace sur le bas de l'écran en travaillant à 10mV/carreau.

Lancez le programme pour passer à 100° et appuyer sur STOP pour observer la transition (attention, quand le programme se lance, il y a parfois des transitions qu'il ne faut pas interpréter comme un changement de pas...). Mesurer le temps de réponse à 63% de cette commutation. L'amplitude de la transition est-elle cohérente ?

- **On observe ce qui se passe si on demande un pas trop court.**

Avec le programme d'asservissement, placer le moteur dans la position 1° .

En repartant à chaque fois de 1° , observer la réponse en position du moteur quand on passe à 350° avec un pas de 1000ms, 100ms, 20ms, 5 ms et 1ms. Expliquez les différences.

4.4. Utilisation du moteur avec un réducteur.

Dans cette partie, la variable « **Reducteur** » sera fixée à 64 pour tenir compte de la présence de ce dernier.

Rotation du moteur d'un angle fixé sans asservissement

Nous allons voir que, pourvu que la durée d'un pas soit suffisante, on obtient une vitesse de rotation proportionnelle à cette durée. En revanche, si le pas devient trop faible, le moteur ne répond plus de façon satisfaisante.

• **Etude de la vitesse de rotation quand le pas est assez fort**

On commence par utiliser le programme d'asservissement pour placer le système dans la position 10°.

*On lance alors le programme de rotation d'un angle donné en fixant la valeur à 180° avec prise en compte de l'afficheur. On observe le temps nécessaire à cette transition pour un pas « **duree** » de 10ms. On réalise ensuite une rotation de -180° pour revenir à la position initiale. On recommence cette expérience pour des valeurs de « **duree** » égales à 7, 5, 3 et 1 ms. En déduire la vitesse de rotation moyenne à chaque fois. Est-ce cohérent avec les valeurs de la durée des pas et le nombre de pas effectués?*

A chaque fois noter l'indication de l'afficheur quand on atteint un état donné. Est-ce parfaitement cohérent avec ce qui est attendu ? Quel est d'après vous le problème ?

• **Etude de la vitesse de rotation quand le pas devient trop faible**

*On réalise la même expérience que précédemment, mais on va modifier légèrement le programme pour permettre de réaliser des pas dont la durée est inférieure à 1ms. Dans ce cas, il faudra mettre en commentaire l'instruction « **delay** » et la remplacer par « **delayMicroseconds()** » en mettant dans les parenthèses la valeur du pas en μ s. Pour voir les deux endroits du programme à modifier, demandez à l'enseignant. On testera une valeur de 900 μ s, 800 μ s et 700 μ s. Conclusion ?*

Asservissement de position du moteur

Dans la partie précédente, nous avons vu que quand on demande à la commande la rotation d'un angle donné sans asservissement, la position angulaire atteinte ne correspond pas à la position attendue. Tout se passe comme si on avait tourné d'un angle légèrement supérieur à la valeur attendue et qu'on avait sauté certains pas... Avec l'asservissement, ce problème ne se pose plus. On atteint la position attendue (dans la limite du bruit et de la résolution du capteur). On constate cependant que la consigne doit rester strictement entre 0 et 360° (et même sur une plage un peu plus restreinte à cause du bruit) sans quoi le système se met à tourner sans arrêt.

• **Intérêt de l'asservissement de position.**

On commence par utiliser le programme d'asservissement pour placer le système dans la position 10° en travaillant à un pas de 1ms. Toujours avec ce programme, on demande à passer à la position 190° (on fait donc un demi-tour). Comparer la position atteinte sur l'afficheur avec ce qui a été obtenu sur la position précédente

• **Limite de la plage de consigne explorable avec ce programme.**

Pour un pas de 1ms avec le programme d'asservissement, placer le système dans la position 350°, puis 355° puis 360° Expliquer pourquoi la position ne parvient pas à se stabiliser.

Annexe 1 : Caractéristiques d'une carte Arduino Uno

A/ Les entrées :

Il existe 6 entrées numérotées de 0 à 5.

Le signal d'entrée est numérisé sur une plage de tension comprise entre 0 et 5V et elle est transformée en un nombre entier codé en binaire sur 10 bits. On a donc 1024 états pour représenter la gamme 0-5V, soit un pas de quantification légèrement inférieur à 4,9mV.

Si on cherche par exemple à numériser un signal issu d'un capteur de type LM35, capteur linéaire de température en °C avec un gain de 10mV/°C, entre 0 et 5V, on va pouvoir décrire une gamme allant de 0 à 500°C (le capteur cesse de fonctionner au-delà de 130°C) avec un pas de $500/1024 \approx 0,5^\circ\text{C}$ qui correspond environ à 5mV. La résolution est donc mauvaise. Pour l'améliorer, on peut amplifier le capteur avec un gain de 10 pour arriver à 100mV/°C. La gamme de température explorée avec 5V est alors entre 0 et 50°C avec un pas de $50/1024 \approx 0,05^\circ\text{C}$ correspondant toujours à 5mV. La gamme est donc plus réduite mais décrite avec un pas en température plus réduit ce qui permet de contrôler plus finement la température.

B/ Le programme :

Le programme va effectuer des calculs sur les données acquises avec un pas d'échantillonnage T_c . En pratique, on récupère un nouveau nombre entier codé sur 10 bits tous les T_c .

Avant d'envoyer le résultat de ces calculs sur la sortie (dans le cas où on cherche à générer et acquérir du signal en même temps), la sortie étant un convertisseur numérique analogique numérique sur 8 bits, il va falloir convertir le résultat sur 10 bits en un résultat identique sur 8 bits. Pour ça, il suffit de diviser par 4.

En effet, pour coder un nombre entier N en binaire, on utilise une séquence de n valeurs a_i prises égales à 0 ou 1 et la relation entre N et les valeurs a_i peut s'écrire de la façon suivante :

$$N = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i$$

Quand on code un signal entre 0 et 5V sur 10 bits, la valeur maximale est représentée avec une séquence de 10 valeurs a_i égales à 1, soit une valeur N de 1023

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

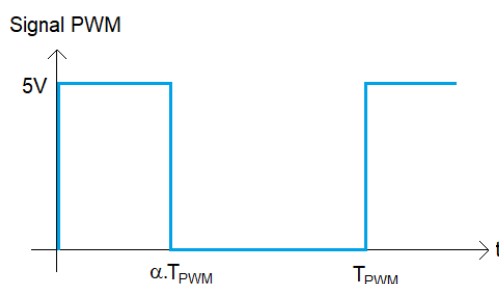
Si on veut représenter la même tension de 5V sur 8 bits, la valeur de 5V est représentée par une séquence de 8 valeurs égales à 1, soit une valeur N de 255 ce qui est bien ce qu'on obtient en faisant $1023/4$ que l'on représente avec 8 bits

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
1	1	1	1	1	1	1	1

C/ La sortie en PWM (« Pulse Width Modulation ») :

La carte comporte 14 sorties qui n'ont pas toutes les mêmes caractéristiques : certaines sont en PWM pour sortir une image analogique des grandeurs numériques, d'autres sortent des données sous format numérique.

Pour réaliser une conversion numérique analogique par PWM, on travaille avec un signal créneau (ici entre 0V et $E=5V$) et on modifie le rapport cyclique α de ce dernier en fonction de la valeur numérique reçue. Le signal présente l'allure suivante :



Pour une valeur de numérique de sortie de 0, le rapport cyclique sera nul, pour une valeur numérique de sortie de 255, le rapport cyclique sera pris égal à 1 et pour les valeurs intermédiaires, le rapport cyclique évoluera linéairement avec la valeur numérique de sortie.

Si N est le nombre entier à convertir, le convertisseur va fabriquer α tel que

$$\alpha = \frac{N}{255}$$

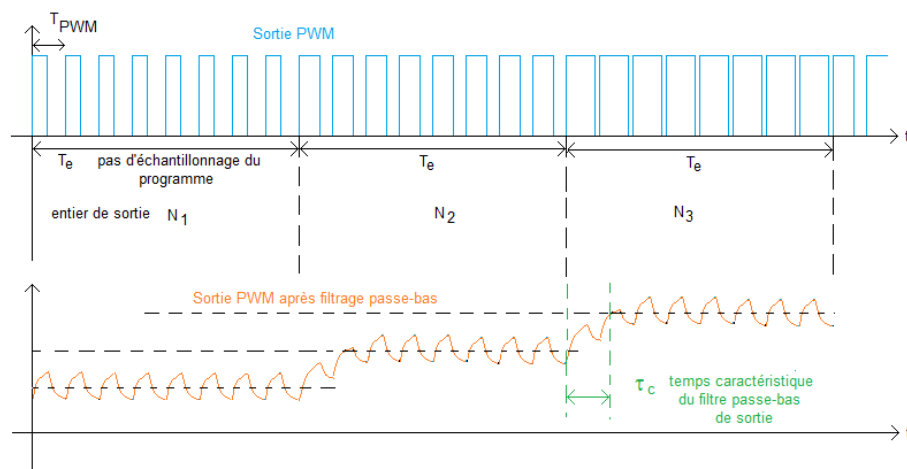
Pour récupérer l'image analogique de la grandeur numérique de sortie, on a besoin d'un filtre passe-bas analogique dont la fréquence de coupure est assez petite devant la fréquence de PWM pour permettre de récupérer « la moyenne » par période du créneau et que cette « valeur moyenne », maintenue constante durant tout un pas d'échantillonnage, évolue lentement devant le temps caractéristique du filtre passe bas. En pratique, l'idéal est d'avoir un pas d'échantillonnage T_e qui vaut quelques constantes de temps du filtre passe-bas de sortie (on atteint ainsi le régime permanent moyen attendu avant la pas d'échantillonnage suivant... Dans ces conditions, en sortie du filtre passe bas, si on néglige les ondulations liées à l'imperfection du filtrage passe-bas de la fréquence de PWM, on récupère un signal u_s tel que

$$u_s(t) = \frac{N(t)}{255} \cdot (5V)$$

Pour résumer, si $T_{\text{numérique}}$ représente le temps caractéristique des opérations réalisées dans le programme (temps de réponse d'un filtre numérique, ...), pour que tout marche bien en sortie de la carte, il faut que

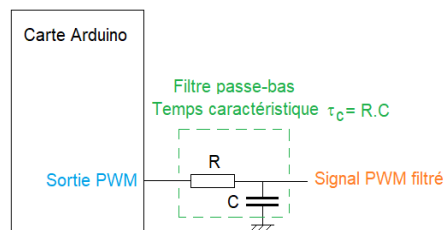
$$T_{\text{numérique}} \gg T_{\text{ech}} > T_{\text{c analogique}} \gg T_{\text{créneau PWM}}$$

La figure suivante schématise les signaux dans un tel système.

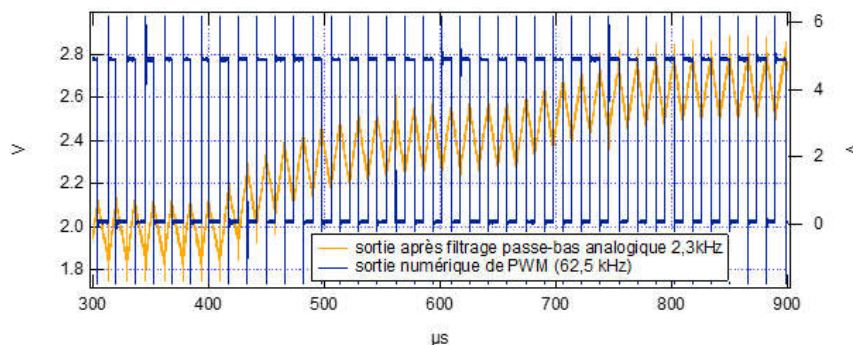


Sur les cartes, la fréquence de la PWM n'est pas la même sur toutes les sorties analogiques. Pour les sorties 3, 9, 10 et 11, la fréquence de base est de 31250 Hz. Pour les broches 5 et 6, la fréquence de base est de 62500 Hz.

La connectique se présente sous la forme suivante :



Sur la figure qui suit, on a récupéré des signaux réels en sortie d'une carte Arduino avec laquelle on a réalisé un filtre passe-bas numérique de fréquence de coupure 10Hz, avec un filtre passe-bas analogique en sortie de 2.3 kHz et une fréquence de créneau de PWM de 62500Hz, on observe une réponse de forme suivante



Le rapport cyclique est bien plus faible vers 300µs que vers 900µs. Le rapport cyclique est bien modifié toutes les 250µs environ (pas d'échantillonnage T_e). La valeur moyenne correspondant à chaque rapport cyclique est atteint en un peu plus de 100µs ce qui correspond bien à quelques constantes de temps du filtre passe-bas analogique de sortie (constante de temps $\tau \approx 70\mu s$). Le pas de PWM est de 16µs environ.

D/ Les timers sur les cartes Arduino

Les timers sont des compteurs qui incrémentent au rythme qui dépend de l'horloge qui cadence les actions du système. Pour la carte Arduino Uno, il s'agit d'un quartz 16MHz ou d'un sous-multiple en puissance de deux de cette fréquence (division par 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 ou 256 ce qui permet d'abaisser la fréquence d'horloge à 8MHz, 4MHz, 2MHz, ..., 62500Hz si nécessaire) si on active un prédiviseur de fréquence. L'intérêt de ces timers, c'est de permettre d'imposer des actions au programme à des moments précis fixés par un nombre d'incrémentations de l'un des trois timers, instants qui ne dépendent pas du temps d'exécution des instructions du programme.

Ces trois timers permettent de cadencer certaines instructions et on peut diviser leur fréquence comme avec le prédiviseur.

Il y a trois timers sur l'Arduino uno, Timer0, Timer1 et Timer2. Le premier et le troisième sont des compteurs 8 bits (qui incrémentent entre 0 et 255) alors que le deuxième est un compteur 16 bits (qui incrémente entre 0 et 65535). Ce dernier est plus utile quand on souhaite pouvoir compter sur un plus grand nombre de coups d'horloge.

Attention : quand on modifie la fréquence d'un Timer, toutes les instructions qui dépendent de ce timer voient leurs actions affectées (car les temps d'horloge ont été modifiés).

Annexe 2 : comment réaliser numériquement un correcteur proportionnel-intégral ?

Pour réaliser un filtre numérique ou un correcteur qui est un filtre particulier, on va devoir passer de la fonction de transfert de ce filtre à l'équation différentielle associée à cette fonction de transfert, puis discrétiser cette équation différentielle.

Si on prend le cas particulier d'un correcteur proportionnel intégral de gain K_c et de constante d'intégration T_c , sa fonction de transfert en régime harmonique est de la forme suivante

$$\frac{s}{e}(j.\omega) = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{j.\omega.T_c}\right)$$

On peut donc écrire que

$$s.j.\omega.T_c = K_c.j.\omega.T_c.e + K_c.e$$

Sachant que multiplier par $j.\omega$ revient à dériver et que diviser par $j.\omega$ revient à prendre la primitive, on peut donc en déduire que l'entrée et la sortie sont reliées par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{ds}{dt}.T_c = K_c.T_c.\frac{de}{dt} + K_c.e$$

Ou encore

$$\frac{ds}{dt} = K_c.\frac{de}{dt} + \frac{K_c}{T_c}.e$$

Pour discrétiser avec un pas d'échantillonnage T_e on procède de la façon suivante

$$\frac{de}{dt} \approx \frac{e_{n+1}-e_n}{T_e} \quad \text{et} \quad \frac{ds}{dt} \approx \frac{s_{n+1}-s_n}{T_e}$$

Dans ces conditions, la fonction de transfert discrétisée pour le filtre est devenu une relation de récurrence entre les différents échantillons acquis et calculés avec

$$s_{n+1} = s_n + K_c.(e_{n+1} - e_n) + K_c.\frac{T_e}{T_c}.e_n$$

Ou encore

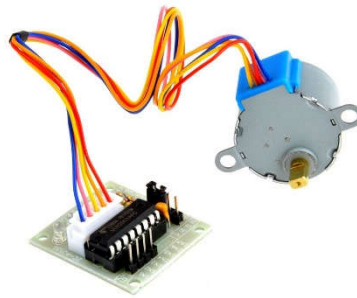
$$s_{n+1} = s_n + K_c.e_{n+1} + K_c.\left(\frac{T_e}{T_c} - 1\right).e_n$$

Le programme va donc acquérir le signal e et calculer le signal s en s'appuyant sur les états antérieurs de e et s . On obtient ainsi un signal de sortie dont les échantillons répondent à l'application de la fonction de transfert au signal d'entrée. Néanmoins, pour que ce traitement fonctionne bien, il faut que le pas d'échantillonnage soit petit devant les temps caractéristiques des signaux appliqués. Ici, les

évolutions de e et s sont lentes (les constantes de temps sont de plusieurs dizaines de secondes) et le pas d'échantillonnage est choisi égal à 1ms ce qui fait que cette hypothèse est parfaitement valide.

Annexe 3 : le moteur 28BYJ48

Il est visible sur la photo suivante avec sa carte d'interface ULN2003APG (pour fournir le courant nécessaire à l'alimentation des phases)

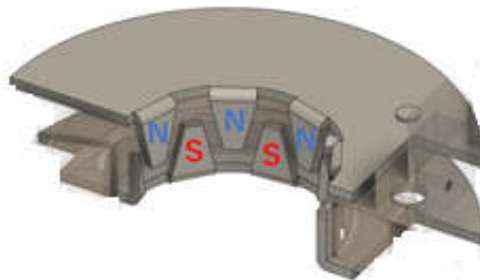


C'est un moteur pas à pas qui présente les caractéristiques suivantes:

- **Tipo:** moteur pas à pas unipolaire
- **Phases:** 4 (pas complet), car il y a 4 bobines à l'intérieur.
- **Résistance:** 50 Ohm.
- **Couple moteur:** 34 N / m, c'est-à-dire que si les Newtons par mètre sont passés à Kg, ce serait une force équivalente à mettre environ 0.34 Kg par cm sur son axe. De quoi soulever avec une poulie d'un peu plus d'un quart de kilo.
- **Consommation:** 55 mA
- **Pas par tour:** 64
- **Boîte de vitesses intégrée:** 1/64, donc il divise chaque pas en 64 pas pour une plus grande résolution du déplacement. Il atteint par conséquent 4096 pas.

Stator :

Le moteur utilisé présente cependant 64 pas possibles sur un tour et non 8. En effet, la structure du stator est plus complexe que celle que nous venons de présenter. En pratique, on va faire en sorte que chacun des deux circuits magnétiques du stator présente 8 paires de pôles et non une comme sur l'exemple que nous avons développé précédemment. Dans ce cas, les pôles successifs d'un circuit magnétique sont décalés en angle de 22,5°.

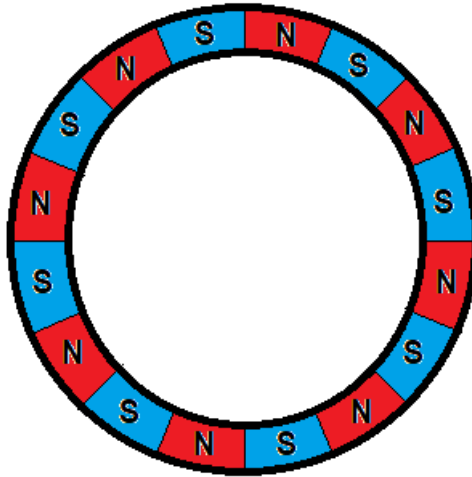


Les deux circuits magnétiques (haut et bas) sont décalés angulairement de la moitié de cet angle, soit 11,75°.

Avec un tel dispositif, à chaque changement d'état de l'alimentation, le champ créé par le stator tourne d'un huitième de 45° soit 5,625°.

Rotor.

Le rotor du moteur 28BYJ48 est réalisé à partir d'un anneau constitué d'une succession d'aimants permanents qui peut être vu de la façon suivante :



Quand le champ du stator saute d'un pas, le rotor suit. Il existe donc 64 positions possibles du rotor sur un tour (8 états par paire de pôles x 8 paires de pôles).

Annexe 4 : programme de test du temps d'exécution d'instructions et du pas d'échantillonnage sans timer

Avec ce programme, on mesure combien de temps s'est écoulé depuis le lancement du programme et on exécute la boucle à chaque fois que s'est écoulé un temps proche du temps d'échantillonnage (à un temps d'instructions près). Pour estimer le temps écoulé depuis le début du programme en μs , on utilise l'instruction `micros()`.

```
/* test de l'horloge et du temps de calcul d'une instruction par une boucle sans timer*/
int test = 5; //pour observer le temps d'exécution de la boucle sur la pin 5
unsigned long Te = 0;
unsigned long storedTime = 0;
float pasEch = 1000;
unsigned long endTime = 0;
unsigned long begginTime = 0;
//

void setup()
{
  Serial.begin(38400);
  pinMode(test, OUTPUT);
  //TCCR0B = TCCR0B & B11111000 | B00000001; // initialisation (PWM a 62500Hz sur sortie 6)
}

void loop()
{
  begginTime = endTime;

  if ((begginTime-storedTime) >= (pasEch-9.5))
  //au moment où on exécute le if begginTime est un multiple du pas d'échantillonnage N
  //9.5 $\mu\text{s}$  pour tenir compte du temps d'exécution d'un analogWrite pour remettre à 0 et d'un micros()
  {

    storedTime = begginTime; //storeTime est un multiple du pas d'échantillonnage N-1 au moment de l'exécution du if
    analogWrite (test,255); //pour observer le temps d'exécution de la boucle sur la pin 5
    //analogWrite (test,255);
    //analogWrite (test,255);
    //analogWrite (test,255);
    //analogWrite (test,255);
    //analogWrite (test,255);
    //analogWrite (test,255);
    //analogWrite (test,255);
    //analogWrite (test,255);
    //analogWrite (test,255);
    //analogWrite (test,255);
    //Te = micros();
    //Te = micros();
    //Te = micros();
    //Te = micros();
    //Te = micros();
    //Te = micros();
    //Te = micros();
    //Te = micros();
    //Te = micros();
    //Te = micros();
    //Te = micros();
  }

  analogWrite (test,0); //pour observer le temps d'exécution de la boucle sur la pin 5
  endTime = micros();
}
}
```

Annexe 5 : programme de test du temps d'exécution d'instructions et du pas d'échantillonnage avec timer

/ test de l'horloge et du temps de calcul d'une instruction en utilisant un timer*/*

```
int test=5; //pour observer le temps d'exécution de la boucle sur la pin 5
float pasEch=400;
//pas d'échantillonnage voulu en µs ne pas descendre en dessous de 400µs compte tenu du temps de calcul
unsigned long NBCount;
//nombre de coups à 16MHz pour atteindre le pas d'échantillonnage...doit rester inférieur à 62536 donc le pas doit rester inférieur
//à 3.9 ms soit 255 Hz...pas de pb pour les filtres numériques

void setup() {
  // test initial pour allumer une LED toutes les secondes en utilisant le timer et une interruption
  pinMode(test,OUTPUT); // entrée du signal à filtrer

  noInterrupts(); //on bloque les interruptions le temps de définir l'état du Timer1
  //TCCR0B = TCCR0B & B11111000 | B00000001; // initialisation (PWM a 62500Hz sur sortie 6)
  // on ne va pas diviser la fréquence sur le Timer1...on ne divise pas, le timer compte à 16MHz
  TCCR1A = 0b00000000;
  TCCR1B = 0b00001001;
  // on va demander une interruption chaque fois que le timer1 atteindra le nombre de coup correspondant au pas d'échantillonnage
  TIMSK1 = 0b00000010;
  //TCNT1 est la valeur du Timer1 et on repart de 0 à chaque fois qu'on relance le processus
  TCNT1 = 0;
  //on calcule le nombre de coup d'horloge qui correspond au pas d'échantillonnage...
  //erreur d'un pas soit 6,25e-8s...pas Ech est en µs et 16 correspond à 16MHz de l'horloge
  NBCount = pasEch*16;
  // on place dans le registre de comparaison OCR1A la valeur du nombre de coup d'horloge qui permet de définir le pas d'échantillonnage
  OCR1A = NBCount; //on fixe le temps d'échantillonnage en terme de nombre de coups d'horloge 16MHz
  interrupts();
}

ISR(TIMER1_COMPA_vect){
  analogWrite (test,255); //pour voir la durée d'exécution sur la broche 5...inutile au filtre numérique
  //analogWrite (test,255);
  //analogWrite (test,255);
  //analogWrite (test,255);
  //analogWrite (test,255);
  //analogWrite (test,255);
  //analogWrite (test,255);
  //analogWrite (test,255);
  //analogWrite (test,255);
  //analogWrite (test,255);
  //analogWrite (test,255);
  //activer plusieurs analogWrite pour voir combien de temps ça prend et en déduire le temps d'exécution d'un analogWrite
  analogWrite (test,0); //pour voir la durée d'exécution sur la broche 5...inutile au filtre numérique
}

// on boucle indéfiniment
void loop() {

}
```

Annexe 6 : filtre passe-bas d'ordre 1

Filtre passe-bas du premier ordre récurcif: version avec utilisation du timer pour obtenir le pas d'échantillonnage.

```
/** filtre passe bas du premier ordre avec utilisation d'un timer pour avoir un pas d'échantillonnage le
//plus juste possible et une fréquence de travail la plus stable possible */
// fonction de transfert :  $G(f)=G_0/(1+j.f/f_c)$ 
float e; // signal d'entrée
float s=0; // signal de sortie
int entree= A0; //A0 entrée analogique utilisée
int sortie=6; // sortie 6 (PWM) utilisée comme sortie à filtrer passe-bas!
int test=5; //pour observer le temps d'exécution de la boucle sur la pin 5
float Go=1; // gain du filtre
float fc=10; // fréquence de coupure
float a; // paramètre du filtre
float pasEch=400;
//pas d'échantillonnage voulu en µs ne pas descendre en dessous de 400µs compte tenu du temps de calcul
unsigned long NBCount;
//nombre de coups à 16MHz pour atteindre le pas d'échantillonnage...doit rester inférieur à 62536 donc le pas doit rester inférieur à 3.9 ms
//soit 255 Hz...pas de pb pour les filtres numériques

void setup() {
pinMode(sortie,OUTPUT); // sortie pour le signal filtré
pinMode(test,OUTPUT); // sortie de test pour observer le temps de calcul // entrée du signal à filtrer
pinMode(entree,INPUT); // entrée du signal à filtrer
a=fc*pasEch/1000000*2*3.14159; // calcul de a théorique //correction due au changement de fréquence de la PWM

noInterrupts(); //on bloque les interruptions le temps de définir l'état des Timers
TCCR0B = TCCR0B & B11111000 | B00000001; // initialisation (PWM a 62500Hz sur sortie 6)
// on ne va pas diviser la fréquence sur le Timer1...on ne divise pas, le timer compte à 16MHz
TCCR1A = 0b00000000;
TCCR1B = 0b00001001;
// on va demander une interruption chaque fois que le timer1 atteindra le nombre de coup correspondant au pas d'échantillonnage
TIMSK1 = 0b00000010;
//TCNT1 est la valeur du Timer1 et on repart de 0 à chaque fois qu'on relance le processus
TCNT1 = 0;
//on calcule le nombre de coup d'horloge qui correspond au pas d'échantillonnage...
//erreur d'un pas soit 6,25e-8s...pas Ech est en µs et 16 correspond à 16MHz de l'horloge
NBCount = pasEch*16;
// on place dans le registre de comparaison OCR1A la valeur du nombre de coup d'horloge qui permet de définir le pas d'échantillonnage
OCR1A = NBCount; //on fixe le temps d'échantillonnage en terme de nombre de coups d'horloge 16MHz
interrupts();
}
//interruption suite à la comparaison entre l'état du timer 1 et le nombre de coup correspondant à Te

ISR(TIMER1_COMPA_vect){
analogWrite (test,255); //pour voir la durée d'exécution sur la broche 5...inutile au filtre numérique
e=analogRead(entree)/4; //entrée ramenée sur 8 bits
s=s+a*(Go*e-s); //equation du filtre passe-bas
analogWrite (sortie,s); //envoi de la sortie calculée sur la PWM
analogWrite (test,0); //pour voir la durée d'exécution sur la broche 5...inutile au filtre numérique
}

// on boucle indéfiniment
void loop() {
}
}
```

Annexe 7 : filtre réjecteur

```
//filtre réjecteur
//fonction de transfert  $1-1/(1+j.Q*(f/fc-fc/f))$ ...on réalise un réjecteur en faisant la soustraction d'un passe-
tout //avec un passe-bande de gain max =1
// on doit gérer le fait que le signal d'entrée est sinus avec une composante continue de 2,5V, afin d'osciller
//autour de 2,5V, le milieu de la plage représentable
// mais avec un passe-bande ou un passe bas, le continu est éliminé et la sortie oscille autour de 0 avec un
//système qui ne sait pas représenter les valeurs négatives
// le programme élimine la composante continue de l'entrée (2,5V soit la valeur 128), fait ses calculs puis
remet //la composante continue de 2,5V
// on fait comme si le zéro était 2,5V et non 0 donc 128 et non 0
// le pas d'échantillonnage est obtenu à partir d'un timer, Timer1, ce qui rend les opérations plus stables
//On choisit Timer1 car il compte sur 16bits soit 65536 états
// Il faut ajuster Go pour que ça marche bien et les modèles ne fonctionnent plus, mais le filtre présent
réjecte //bien le 50Hz... attention au choix du générateur qui peut perturber le comportement des filtres
```

```
float e; // signal d'entrée
float s=0; // signal de sortie
float sn=0; // signal de sortie de entree n
float en=0; // signal de entree n
float sn1=0; // signal de sortie n+1
float Q=5; // facteur de qualité
int entree = A0; //A0 entrée analogique utilisée
int sortie = 6; // sortie 6 (PWM) utilisée comme sortie à filtrer passe-bas!
int test = 5; //pour observer le temps d'exécution de la boucle sur la pin 5
float fc=50; // fréquence de coupure
float Go=0.37; // Gain à garder égal à 0.371 ici
float a, b, c; // paramètre du filtre
float pasEch=400; //pas d'échantillonnage voulu en µs ne pas descendre en dessous de 400µs compte tenu du temps de calcul...à tester
unsigned long NBCount; //nombre de coups à 16MHz pour atteindre le pas d'échantillonnage...doit rester inférieur à 62536 donc le pas
//doit rester inférieur à 3.9 ms soit 255 Hz...pas de pb pour les filtres numériques
```

```
void setup()
{
pinMode(sortie, OUTPUT);
pinMode(test, OUTPUT);
pinMode(entree, INPUT);
a=Go*2*3.14159*fc*pasEch/1000000/Q; // calcul de a
b=2*3.14159*fc*pasEch/1000000/Q-(2*3.14159*fc*pasEch/1000000)*(2*3.14159*fc*pasEch/1000000)-1;
//calcul de b
c=2-2*3.14159*fc*pasEch/1000000/Q; //calcul de c
```

```
noInterrupts(); //on bloque les interruptions le temps de définir l'état des Timers
TCCR0B = TCCR0B & B11111000 | B00000001; // initialisation (PWM a 62500Hz sur sortie 6)
// on ne va pas diviser la fréquence sur le Timer1...on ne divise pas, le timer compte à 16MHz
TCCR1A = 0b00000000;
TCCR1B = 0b00001001;
// on va demander une interruption chaque fois que le timer1 atteindra le nombre de coup correspondant au pas d'échantillonnage
TIMSK1 = 0b00000010;
//TCNT1 est la valeur du Timer1 et on repart de 0 à chaque fois qu'on relance le processus
TCNT1 = 0;
//on calcule le nombre de coup d'horloge qui correspond au pas d'échantillonnage...
//erreur d'un pas soit 6,25e-8s...pas Ech est en µs et 16 correspond à 16MHz de l'horloge
NBCount = pasEch*16;
// on place dans le registre de comparaison OCR1A la valeur du nombre de coup d'horloge qui permet de définir le pas d'échantillonnage
OCR1A = NBCount; //on fixe le temps d'échantillonnage en terme de nombre de coups d'horloge 16MHz
interrupts();
}
```

```
ISR(TIMER1_COMPA_vect){
```



```

analogWrite (test,255); //pour voir la durée d'exécution sur la broche 6...inutile au filtre numérique
e=analogRead (entree)/4-128;
//entrée ramenée sur 8 bits en on enlève la composante continue (signal d'entrée et de sortie entre 0 et 5v....
sn1=s;
s=a*(e-en)+b*sn+c*sn1; //calcul de la sortie du passe bande
//on ajoute 128 pour travailler autour de la valeur mediane représentable car la carte ne gère le signal qu'entre 0 et 5
//début du test pour éviter le débordement et faire saturer si nécessaire
if (s<=-127)
{s=-127;}
if (s>=127)
{s=127;}
//fin du test
analogWrite (sortie,e-s+128); // pour la sortie du réjecteur, c'est tout le signal moins ce que donne le réjecteur
en=e; //on doit récupérer les valeurs d'entrée et de sortie de l'état n+1 pour calculer le n+2 connaissant le n
sn=sn1; //on doit récupérer les valeurs d'entrée et de sortie de l'état n+1 pour calculer le n+2 connaissant le n
analogWrite (test,0); //pour voir la durée d'exécution sur la broche 6...inutile au filtre numérique
}

void loop()
{

}

```

Annexe 8 : programme d'asservissement « tout ou rien » avec afficheur

```

// asservir en comparant à une consigne en utilisant l'afficheur
//Librairies pour l'afficheur
#include <Adafruit_GFX.h>
#include <Adafruit_SSD1306.h>
#include <SPI.h>
#include <Wire.h>

// Préparation de l'afficheur
#define OLED_RESET 4
#define OLED_WIDTH 128
#define OLED_HEIGHT 64

//#define OLED_RESET -1 // Reset de l'afficheur sinon ne fonctionne pas
Adafruit_SSD1306 display(OLED_WIDTH, OLED_HEIGHT, &Wire, OLED_RESET);

//VARIABLE A AJUSTER POUR L'ASSERVISSEMENT
float Consigne=27; // consigne à choisir en °C au dessus de la température ambiante, le système ne
peut pas faire descende la température sous cette valeur

//VARIABLE A GARDER INCHANGEES
float Capteur; // signal du capteur
float CapteurAffich; //signal de Th envoyé à l'affichage
float s=0; // signal de sortie
float sAffich; // signal de sortie du correcteur affiché
float Epsilon=0; //signal d'erreur pour savoir quoi faire après calcul
//le gain du capteur est 10mV/°C, on va travailler avec des tensions de 250mV pour 25°C
int entree= A0; //A0 entrée analogique utilisée
int sortie=6; // sortie 6 (PWM) utilisée comme sortie à envoyer sur le système de chauffage
float pasEch=1000; //pas d'échantillonnage voulu en µs ne pas descendre en dessous de //400µs
compte tenu du temps de calcul
unsigned long NBCount; //nombre de coups à 16MHz pour atteindre le pas //d'échantillonnage...doit
rester inférieur à 62536 donc le pas doit rester inférieur à 3.9 ms soit 255 //Hz...pas de pb pour les filtres
numériques

void setup()

```

```

    {
        //Serial.begin(9600); //pour regarder les données avec Serial.print(CapteurAffich)
        pinMode(sortie,OUTPUT); // sortie pour le signal filtrépinMode(test,OUTPUT); // entrée du signal
à filtrer
        pinMode(entree,INPUT); // entrée de retour du capteur

        // Initialisation de l'affichage
        display.begin(SSD1306_SWITCHCAPVCC, 0x3C); // Communication avec l'afficheur basé sur
SSD1306 a l'adresse I2C 0x3C
        delay(1000);
        display.clearDisplay();
        display.setTextCursor(0,0);
        display.setTextColor(WHITE);

        noInterrupts(); //on bloque les interruptions le temps de définir l'état des Timers
        TCCR0B = TCCR0B & B11111000 | B00000001; // initialisation (PWM a 62500Hz sur sortie 6)
        // on ne va pas diviser la fréquence sur le Timer1...on ne divise pas, le timer compte à 16MHz
        TCCR1A = 0b00000000;
        TCCR1B = 0b00001001;
        // on va demander une interruption chaque fois que le timer1 atteindra le nombre de coup
correspondant au pas d'échantillonnage
        TIMSK1 = 0b00000010;
        //TCNT1 est la valeur du Timer1 et on repart de 0 à chaque fois qu'on relance le processus
        TCNT1 = 0;
        //on calcule le nombre de coup d'horloge qui correspond au pas d'échantillonnage...
        //erreur d'un pas soit 6,25e-8s...pas Ech est en us et 16 correspond à 16MHz de l'horloge
        NBCount = pasEch*16;
        // on place dans le registre de comparaison OCR1A la valeur du nombre de coup d'horloge qui
permet de définir le pas d'échantillonnage
        OCR1A = NBCount; //on fixe le temps d'échantillonnage en terme de nombre de coups d'horloge
16MHz

        interrupts();
    }

ISR(TIMER1_COMPA_vect)
{
    Capteur=analogRead(entree); //entrée conservée sur 10 bits. le signal est une valeur entre 0 et 1023
    Epsilon=Consigne/10*1024/5-Capteur;
    // la consigne en °C est divisée par 10 car le capteur qui donne 10mV/°C est amplifié avec un gain
de 10 ce qui donne 100mV/°C
    CapteurAffich=Capteur*10*5/1024; //donnée affichée en °C ATTENTION, diviser par 1024 à la fin
de l'opération, sinon, on trouve 0...

    s=Epsilon; //le signal d'erreur ramené entre 0 et 1023 pour être appliqué sur l'ampli de puissance
// placer un suiveur entre la sortie du filtre de la PWM et l'entrée de l'ampli de
puissance car sinon,la tension appliquée sur l'ampli sera très atténuée

    // condition pour éviter un débordement en cas de valeur sortant de la plage représentable... on
fait saturer dans ce cas
    if (s>0)
    {
        s=1023;
    }
    if (s<0)
    {
        s=0;
    }
    analogWrite (sortie,s/4); // la sortie est raménée sur 8 bits par une division par 4
}
void loop()

```

```

{
sAffich=s*5/256/4;
//Serial.print(CapteurAffich);
display.clearDisplay();
display.setTextColor(WHITE);
display.setTextSize(1);
display.setCursor(5, 5);
display.print("T:");
display.print(CapteurAffich,1);
display.print((char)247);
display.print("C");
display.setTextColor(WHITE);
display.setTextSize(1);
display.setCursor(5, 40);
display.print("sortie PWM:");
display.print(sAffich,2);
display.print("V");
display.display();
delay(100);
}

```

Annexe 9 : programme d'asservissement « tout ou rien » sans afficheur

```

// asservir en comparant à une consigne sans l'afficheur

//VARIABLE A AJUSTER POUR L'ASSERVISSEMENT
float Consigne=27; // consigne à choisir en °C au dessus de la température ambiante, le système ne
peut pas faire descendre la température sous cette valeur

//VARIABLE A GARDER INCHANGEES
float Capteur; // signal du capteur
float s=0; // signal de sortie
float Epsilon=0; //signal d'erreur pour savoir quoi faire après calcul
//le gain du capteur est 10mV/°C, on va travailler avec des tensions de 250mV pour 25°C
int entree= A0; //A0 entrée analogique utilisée
int sortie=6; // sortie 6 (PWM) utilisée comme sortie à envoyer sur le système de chauffage
float pasEch=1000; //pas d'échantillonnage voulu en µs ne pas descendre en dessous de //400µs
compte tenu du temps de calcul
unsigned long NBCount; //nombre de coups à 16MHz pour atteindre le pas //d'échantillonnage...doit
rester inférieur à 62536 donc le pas doit rester inférieur à 3.9 ms soit 255 //Hz...pas de pb pour les filtres
numériques

void setup()
{
//Serial.begin(9600); //pour regarder les données avec Serial.print(CapteurAffich)
pinMode(sortie,OUTPUT); // sortie pour le signal filtrépinMode(test,OUTPUT); // entrée du signal
à filtrer
pinMode(entree,INPUT); // entrée de retour du capteur

noInterrupts(); //on bloque les interruptions le temps de définir l'état des Timers
TCCR0B = TCCR0B & B11111000 | B00000001; // initialisation (PWM a 62500Hz sur sortie 6)
// on ne va pas diviser la fréquence sur le Timer1...on ne divise pas, le timer compte à 16MHz
TCCR1A = 0b00000000;
TCCR1B = 0b00001001;
// on va demander une interruption chaque fois que le timer1 atteindra le nombre de coup
correspondant au pas d'échantillonnage
TIMSK1 = 0b00000010;

```

```

//TCNT1 est la valeur du Timer1 et on repart de 0 à chaque fois qu'on relance le processus
TCNT1 = 0;
//on calcule le nombre de coup d'horloge qui correspond au pas d'échantillonnage...
//erreur d'un pas soit 6,25e-8s...pas Ech est en µs et 16 correspond à 16MHz de l'horloge
NBCount = pasEch*16;
// on place dans le registre de comparaison OCR1A la valeur du nombre de coup d'horloge qui
permet de définir le pas d'échantillonnage
OCR1A = NBCount; //on fixe le temps d'échantillonnage en terme de nombre de coups d'horloge
16MHz

interrupts();
}

ISR(TIMER1_COMPA_vect)
{
  Capteur=analogRead(entree); //entrée conservée sur 10 bits. le signal est une valeur entre 0 et 1023
  Epsilon=Consigne/10*1024/5-Capteur;
  // la consigne en °C est divisée par 10 car le capteur qui donne 10mV/°C est amplifié avec un gain
de 10 ce qui donne 100mV/°C
  s=Epsilon; //le signal d'erreur ramené entre 0 et 1023 pour être appliqué sur l'ampli de puissance
  // placer un suiveur entre la sortie du filtre de la PWM et l'entrée de l'ampli de
puissance car sinon,la tension appliquée sur l'ampli sera très atténuée

  // condition pour éviter un débordement en cas de valeur sortant de la plage représentable... on
fait saturer dans ce cas
  if (s>0)
  {
    s=1023;
  }
  if (s<0)
  {
    s=0;
  }
  analogWrite (sortie,s/4); // la sortie est raménée sur 8 bits par une division par 4
}
void loop()
{
}

```

Annexe 10 : déplacement angulaire du moteur pas à pas

```

// Programme qui permet de faire tourner d'un angle "Angle" en degrés à partir de la position
//initiale. Avec le réducteur par 64, la résolution angulaire est de 0.08° environ
// la boucle d'approche fine est comprise dans la boucle d'approche grossière
// le programme affiche la position angulaire ainsi que le signal d'erreur

//-----
//PARAMETRES DE REGLAGE
int Reducteur=64;
// calcul avec ou sans réducteur de vitesse. Si on n'a pas de réducteur, on fixe à 1. Avec le
//réducteur par 64, on met à 64
float Angle=-180;
// angle dont on veut faire tourner le moteur, le pas minimal avec un réducteur par 64 est de
//0.08° environ
long duree=1;
// durée approximative (elle ne tient pas compte du temps d'exécution des instructions) en ms pour
//exécuter un pas

```

```

// Si réducteur par 64, mettre duree à 1
// Si pas de réducteur, mettre duree à plus de 50
//long dureemicro=1000;//donne le pas en µs, pour tester l'application de la durée du pas sous
1ms
//-----

//Librairies pour l'afficheur, à charger éventuellement SSD1306 puis GFX
#include <Adafruit_GFX.h>
#include <Adafruit_SSD1306.h>
#include <SPI.h>
#include <Wire.h>

// Préparation de l'afficheur
#define OLED_RESET 4
#define OLED_WIDTH 128
#define OLED_HEIGHT 64

##define OLED_RESET -1 // Reset de l'afficheur sinon ne fonctionne pas
Adafruit_SSD1306 display(OLED_WIDTH, OLED_HEIGHT, &Wire, OLED_RESET);

#define IN1 11
#define IN2 10
#define IN3 9
#define IN4 8
//Le moteur 28BYJ-48 comporte 64 positions possibles du rotor suivant la commande, et dispose
//d'un réducteur de vitesse par 64 d'où 4096 pas possible, une fois la vitesse réduite
// les 64 positions possibles du rotor correspondent à 8 positions possibles du champ statorique
//et 8 positions possibles du rotor
// Steps est l'indicateur de position du champ statorique entre 0 et 7 (8 positions possibles au
//total)
//Direction est l'indicateur du sens de rotation, 0 dans un sens et 1 dans l'autre
//number_steps est le nombre de pas du champ statorique pour faire un tour.
// Un tour du champ statorique correspond à un huitième de tour du rotor. Un tour c'est 4096
//pas du rotor, donc 4096/8=512 pas du champ rotorique
int Steps = 0;
// code d'une position du champ statorique (associé à un état de l'alimentation) pour l'approche
//grossière
int Stepsapp = 0;
//code d'une position du champ statorique (associé à un état de l'alimentation) pour l'approche
//fine
int Direction = 0; // code du sens de rotation, 0 dans un sens, 1 dans l'autre
long number_steps=512; //entier relatif compris entre -2 147 483 648 et 2 147 483 647 qui
//représente le nombre de cycles de 8 états de l'alimentation nécessaire pour se rapprocher de l'angle
//demandé. La valeur initiale correspond à une rotation de 360°
int StepsComp = 0; //complément entre -7 et 7 pour arriver précisément à l'angle voulu
//PARTIE CAPTEUR POUR AFFICHAGE
float Capteur=0; // signal du capteur
int entree= A0; //A0 entrée analogique utilisée
//PARTIE AFFICHAGE
float CapteurAffich; //signal envoyé à l'affichage
long test=0; //pour vérifier qu'on cherche à faire tourner du bon nombre de pas//ca marche

void setup()

```

```

{
  // Initialisation de l'affichage
  display.begin(SSD1306_SWITCHCAPVCC, 0x3C);
  // Communication avec l'afficheur basé sur SSD1306 a l'adresse I2C 0x3C
  delay(1000);
  display.clearDisplay();
  display.setTextColor(WHITE);

  // preparation des voies d'alimentation (sortie) et de mesure (capteur d'angle)
  Serial.begin(9600); //pour utiliser la liaison série pour afficher des données sur la console
  pinMode(IN1, OUTPUT);
  pinMode(IN2, OUTPUT);
  pinMode(IN3, OUTPUT);
  pinMode(IN4, OUTPUT);
  pinMode(entree,INPUT); // entrée de retour du capteur d'angle à 5V pour 360°

  Capteur=analogRead(entree);
  CapteurAffich=Capteur*360/1024; // position angulaire en degré pour l'affichage

  number_steps = 8*Reducteur*Angle/360;
  // nombre entier relatif qui donne approximativement le nombre de cycles de 8 états d'alim pour
  //arriver approximativement à l'angle voulu
  StepsComp = (10*8*Reducteur*Angle/360-number_steps*10)*8/10;
  //Calcul du complément entre -7 et 7 pour arriver à l'angle voulu au pas près. on calcule la
  //première décimale et on la convertit en état entre -7 et 7

  stepper(number_steps , StepsComp);
}

void loop()
{
  Capteur=analogRead(entree);
  CapteurAffich=Capteur*360/1024;
  // position angulaire en degré pour l'affichage

  //affiche le nombre de cycle de la boucle grossière puis le nombre de pas de la boucle fine dans
  //la console
  //Serial.print(number_steps);
  //Serial.print(',');
  //Serial.print(StepsComp);
  //Serial.print(',');
  //Serial.print(test);
  //Serial.print(' ');
  //Serial.print(' ');
  //Serial.print(' ');
  //Serial.print(' ');
  //Serial.print(CapteurAffich1);

  // gestion de l'affichage sur l'écran
  display.clearDisplay();
  display.setTextColor(WHITE);
  display.setTextSize(1);
  display.setCursor(5, 5);
  display.print("position=");
  display.print(CapteurAffich,1);
}

```

```

display.print((char)247);
display.display();
delay(500);

//on relance le test toutes les 0.1s (delay donne l'attente en ms) ce qui laisse le temps au système
//de converger
}

```

```

void stepper(double nbStep, double nbStepfinal)
{
  if(nbStep>=0)
  {
    Direction=1;
  }else{
    Direction=0;
    nbStep=-nbStep;
  }
  for (int x=0;x<nbStep*8;x++)
  {
    switch(Steps)
    {
      case 0:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, LOW);
        digitalWrite(IN3, LOW);
        digitalWrite(IN4, HIGH);
        break;
      case 1:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, LOW);
        digitalWrite(IN3, HIGH);
        digitalWrite(IN4, HIGH);
        break;
      case 2:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, LOW);
        digitalWrite(IN3, HIGH);
        digitalWrite(IN4, LOW);
        break;
      case 3:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, HIGH);
        digitalWrite(IN3, HIGH);
        digitalWrite(IN4, LOW);
        break;
      case 4:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, HIGH);
        digitalWrite(IN3, LOW);
        digitalWrite(IN4, LOW);
        break;
      case 5:
        digitalWrite(IN1, HIGH);
        digitalWrite(IN2, HIGH);

```

```

    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 6:
    digitalWrite(IN1, HIGH);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 7:
    digitalWrite(IN1, HIGH);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, HIGH);
break;
default:
    digitalWrite(IN1, LOW);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
}
//Suite pour rotation lente si on enlève le réducteur de vitesse par 64, mettre 1000, si on
//garde le réducteur, mettre 1; durée approximative d'un pas en ms pour que ça tourne doucement
delay(duree);
//delayMicroseconds(dureemicro); //mettre en commentaire la ligne précédente et
//décommenter l'instruction delayMicroseconds(dureemicro);
test++;
// passage à la position suivante suivant le sens de rotation
if(Direction==1){ Steps++;}
if(Direction==0){ Steps--;}
//on bascule au cycle de 8 états de l'alimentation suivant quand un de ces cycles est terminé
if(Steps>7){Steps=0;}
if(Steps<0){Steps=7;}

// pour terminer l'approche de l'angle demandé sur la fraction du dernier cycle de
//l'alimentation
}

if(nbStepfinal>=0)
{
    Direction=1;
} else {
    Direction=0;
    nbStepfinal=-nbStepfinal;
}
for (int x=0;x<nbStepfinal;x++)
{
    switch(Stepsapp){
        case 0:
            digitalWrite(IN1, LOW);
            digitalWrite(IN2, LOW);
            digitalWrite(IN3, LOW);
            digitalWrite(IN4, HIGH);

```



```

break;
case 1:
    digitalWrite(IN1, LOW);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, HIGH);
    digitalWrite(IN4, HIGH);
break;
case 2:
    digitalWrite(IN1, LOW);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, HIGH);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 3:
    digitalWrite(IN1, LOW);
    digitalWrite(IN2, HIGH);
    digitalWrite(IN3, HIGH);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 4:
    digitalWrite(IN1, LOW);
    digitalWrite(IN2, HIGH);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 5:
    digitalWrite(IN1, HIGH);
    digitalWrite(IN2, HIGH);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 6:
    digitalWrite(IN1, HIGH);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 7:
    digitalWrite(IN1, HIGH);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, HIGH);
break;
default:
    digitalWrite(IN1, LOW);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
}

```

```

//Suite pour rotation lente si on enlève le réducteur de vitesse par 64, mettre 1000,si on
//garde le réducteur, mettre 1; durée approximative d'un pas en ms pour que ça tourne doucement
delay(duree);

```

```

    //delayMicroseconds(dureemicro); //mettre en commentaire la ligne précédente et
//décommenter l'instruction delayMicroseconds(dureemicro);
    test++;
    // passage à la position suivante suivant le sens de rotation
    if(Direction==1)
    {
        (Stepsapp++);
    }

    if(Direction==0)
    {
        (Stepsapp--);
    }
    //on bascule au cycle de 8 états de l'alimentation suivant quand un de ces cycles est terminé
    if(Stepsapp>7){Stepsapp=0;}
    if(Stepsapp<0){Stepsapp=7;}
}
}

```

Annexe 11 : asservissement de position du moteur pas à pas

```

// PROGRAMME ASSERVISSEMENT POSITION
// Programme qui permet de placer l'axe sur une position "Angle" en degrés à partir de la position
//initiale.
// le programme affiche la position angulaire ainsi que le signal d'erreur

//-----
//PARAMETRES DE REGLAGE
int Reducteur=64; // calcul avec ou sans réducteur de vitesse. Si on n'a pas de réducteur, on fixe
//à 1; Avec réducteur, on fixe à 64
// En théorie, la consigne doit rester supérieure à 0 et inférieure à 360°... en pratique, rester entre
//5° et 355° surtout quand on n'a pas de réducteur
float Consigne=63; // position angulaire sur laquelle on veut placer le moteur
// le pas minimal avec un réducteur par 64 est de 0.08° environ (64 fois plus sans réducteur soit
//5.625°).
long duree=1; // durée approximative (elle ne tient pas compte du temps de détection des
//instructions) en ms pour exécuter un pas
// Si réducteur par 64, mettre 1
// Si pas de réducteur, mettre plus de 50
//-----

//Librairies pour l'afficheur, à charger éventuellement SSD1306 puis GFX
#include <Adafruit_GFX.h>
#include <Adafruit_SSD1306.h>
#include <SPI.h>
#include <Wire.h>

// Préparation de l'afficheur
#define OLED_RESET 4
#define OLED_WIDTH 128
#define OLED_HEIGHT 64

//#define OLED_RESET -1 // Reset de l'afficheur sinon ne fonctionne pas
Adafruit_SSD1306 display(OLED_WIDTH, OLED_HEIGHT, &Wire, OLED_RESET);

```

```

//Avec le réducteur par 64, la résolution angulaire est de 0.08° environ
//la boucle d'approche fin est comprise dans la boucle d'approche grossière
#define IN1 11
#define IN2 10
#define IN3 9
#define IN4 8
//PARTIE MOTEUR PAS A PAS
//Le moteur 28BYJ-48 comporte 64 positions possibles du rotor suivant la commande, et dispose
//d'un réducteur de vitesse par 64 d'où 4096 pas possible, une fois la vitesse réduite
// les 64 positions possibles du rotor correspondent à 8 positions possibles du champ statorique
//et 8 positions possibles du rotor
// Steps est l'indicateur de position du champ statorique entre 0 et 7 (8 positions possibles au
//total)
//Direction est l'indicateur du sens de rotation, 0 dans un sens et 1 dans l'autre
//number_steps est le nombre de pas du champ statorique pour faire un tour.
// Un tour du champ statorique correspond à un huitième de tour du rotor. Un tour c'est 4096
//pas du rotor, donc 4096/8=512 pas du champ rotorique
int Steps = 0; // code d'une position du champ statorique (associé à un état de l'alimentation)
//pour l'approche grossière
int Stepsapp = 0; //code d'une position du champ statorique (associé à un état de l'alimentation)
//pour l'approche fine
int Direction = 0; // code du sens de rotation, 0 dans un sens, 1 dans l'autre
long number_steps=0; //entier relatif compris entre -2 147 483 648 et 2 147 483 647 qui
//représente le nombre de cycles de 8 états de l'alimentation nécessaire pour se rapprocher de l'angle
//demandé. Initialement 360 degrés
int StepsComp = 0; //complément entre -7 et 7 pour arriver précisément à l'angle voulu
//PARTIE ASSERVISSEMENT ET CAPTEUR
float Capteur=0; // signal du capteur
float Epsilon=0; //signal d'erreur pour savoir quoi faire après calcul
//le gain du capteur est 5V/360°, on va travailler avec des tensions de
int entree= A0; //A0 entrée analogique utilisée
//PARTIE AFFICHAGE
float CapteurAffich; //signal de Th envoyé à l'affichage

void setup()
{
    // Initialisation de l'affichage
    display.begin(SSD1306_SWITCHCAPVCC, 0x3C);
    // Communication avec l'afficheur basé sur SSD1306 a l'adresse I2C 0x3C
    delay(1000);
    display.clearDisplay();
    display.setTextColor(WHITE);
    // preparation des voies d'alimentation (sortie) et de mesure (capteur d'angle)
    Serial.begin(9600); //pour utiliser la liaison série pour afficher des données sur la console
    pinMode(IN1, OUTPUT);
    pinMode(IN2, OUTPUT);
    pinMode(IN3, OUTPUT);
    pinMode(IN4, OUTPUT);
    pinMode(entree,INPUT); // entrée de retour du capteur d'angle à 5V pour 360°

    Capteur=analogRead(entree);

```

```

    Epsilon=Consigne-Capteur*360/1024;
    //on calcule de signal d'erreur à partir du signal du capteur
    CapteurAffich=Capteur*360/1024; // position angulaire en degré pour l'affichage
    number_steps = 8*Reducteur*Epsilon/360; // nombre entier relatif qui donne
    //approximativement le nombre de cycles de 8 états d'alim pour arriver proche de l'angle voulu
    StepsComp = (10*8*Reducteur*Epsilon/360-number_steps*10)*8/10; //Calcul du
    //complément entre -7 et 7 pour arriver à l'angle voulu au pas près. on calcule la première décimale et
    //on la convertit en état entre -7 et 7

    stepper(number_steps , StepsComp);
}

void loop()
{
    //on relance le test toutes les 0.1s (u=delay donne l'attente en ms) ce qui laisse le temps au
    //système de converger
    Capteur=analogRead(entree);
    Epsilon=Consigne-Capteur*360/1024;
    //on calcule de signal d'erreur à partir du signal du capteur
    CapteurAffich=Capteur*360/1024; // position angulaire en degré pour l'affichage
    number_steps = 8*Reducteur*Epsilon/360; // nombre entier relatif qui donne
    //approximativement le nombre de cycles de 8 états d'alim pour arriver proche de l'angle voulu
    StepsComp = (10*8*Reducteur*Epsilon/360-number_steps*10)*8/10; //Calcul du
    //complément entre -7 et 7 pour arriver à l'angle voulu au pas près. on calcule la première décimale et
    //on la convertit en état entre -7 et 7

    stepper(number_steps , StepsComp);

    //Serial.print(CapteurAffich1);
    display.clearDisplay();
    display.setTextColor(WHITE);
    display.setTextSize(1);
    display.setCursor(5, 5);
    display.print("position=");
    display.print(CapteurAffich,1);
    display.print((char)247);
    display.setTextColor(WHITE);
    display.setTextSize(1);
    display.setCursor(5, 40);
    display.print("Erreur=");
    display.print(Epsilon,2);
    display.print((char)247);
    display.display();
    delay(100);
}

void stepper(double nbStep, double nbStepfinal)
{
    if(nbStep>=0)
    {
        Direction=1;
    }else{
        Direction=0;
        nbStep=-nbStep;
    }
}

```

```

}
for (int x=0;x<nbStep*8;x++)
{
    switch(Steps)
    {
    case 0:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, LOW);
        digitalWrite(IN3, LOW);
        digitalWrite(IN4, HIGH);
        break;
    case 1:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, LOW);
        digitalWrite(IN3, HIGH);
        digitalWrite(IN4, HIGH);
        break;
    case 2:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, LOW);
        digitalWrite(IN3, HIGH);
        digitalWrite(IN4, LOW);
        break;
    case 3:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, HIGH);
        digitalWrite(IN3, HIGH);
        digitalWrite(IN4, LOW);
        break;
    case 4:
        digitalWrite(IN1, LOW);
        digitalWrite(IN2, HIGH);
        digitalWrite(IN3, LOW);
        digitalWrite(IN4, LOW);
        break;
    case 5:
        digitalWrite(IN1, HIGH);
        digitalWrite(IN2, HIGH);
        digitalWrite(IN3, LOW);
        digitalWrite(IN4, LOW);
        break;
    case 6:
        digitalWrite(IN1, HIGH);
        digitalWrite(IN2, LOW);
        digitalWrite(IN3, LOW);
        digitalWrite(IN4, LOW);
        break;
    case 7:
        digitalWrite(IN1, HIGH);
        digitalWrite(IN2, LOW);
        digitalWrite(IN3, LOW);
        digitalWrite(IN4, HIGH);
        break;
    default:
        digitalWrite(IN1, LOW);

```

```

    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
    break;
}
//Suite pour rotation lente si on enlève le réducteur de vitesse par 64, mettre 1000,si on
//garde le réducteur, mettre 1; durée approximative d'un pas en ms pour que ça tourne doucement
    delay(duree); //on aurait pu utiliser delayMicroseconds() mais ici inutile de descendre sous
//1ms, le moteur ne peut pas suivre

// passage à la position suivante suivant le sens de rotation
if(Direction==1){ Steps++;}
if(Direction==0){ Steps--;}
//on bascule au cycle de 8 états de l'alimentation suivant quand un de ces cycles est terminé
if(Steps>7){Steps=0;}
if(Steps<0){Steps=7;}

// pour terminer l'approche de l'angle demandé sur la fraction du dernier cycle de
//l'alimentation
}

if(nbStepfinal>=0)
{
    Direction=1;
}else{
    Direction=0;
    nbStepfinal=-nbStepfinal;
}
for (int x=0;x<nbStepfinal;x++)
{
    switch(Stepsapp){
        case 0:
            digitalWrite(IN1, LOW);
            digitalWrite(IN2, LOW);
            digitalWrite(IN3, LOW);
            digitalWrite(IN4, HIGH);
            break;
        case 1:
            digitalWrite(IN1, LOW);
            digitalWrite(IN2, LOW);
            digitalWrite(IN3, HIGH);
            digitalWrite(IN4, HIGH);
            break;
        case 2:
            digitalWrite(IN1, LOW);
            digitalWrite(IN2, LOW);
            digitalWrite(IN3, HIGH);
            digitalWrite(IN4, LOW);
            break;
        case 3:
            digitalWrite(IN1, LOW);
            digitalWrite(IN2, HIGH);
            digitalWrite(IN3, HIGH);
            digitalWrite(IN4, LOW);

```

```

break;
case 4:
    digitalWrite(IN1, LOW);
    digitalWrite(IN2, HIGH);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 5:
    digitalWrite(IN1, HIGH);
    digitalWrite(IN2, HIGH);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 6:
    digitalWrite(IN1, HIGH);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
case 7:
    digitalWrite(IN1, HIGH);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, HIGH);
break;
default:
    digitalWrite(IN1, LOW);
    digitalWrite(IN2, LOW);
    digitalWrite(IN3, LOW);
    digitalWrite(IN4, LOW);
break;
}

```

```

//Suite pour rotation lente si on enlève le réducteur de vitesse par 64, mettre 1000,si on
//garde le réducteur, mettre 1; durée approximative d'un pas en ms pour que ça tourne doucement
delay(duree);

```

```

// passage à la position suivante suivant le sens de rotation
if(Direction==1)
{
    (Stepsapp++);
}

```

```

if(Direction==0)
{
    (Stepsapp--);
}

```

```

//on bascule au cycle de 8 états de l'alimentation suivant quand un de ces cycles est terminé
if(Stepsapp>7){Stepsapp=0;}
if(Stepsapp<0){Stepsapp=7;}

```

```

}
}

```

Version avril 2024

Modalité de l'examen d'instrumentation : Année 2024–2025

Vous serez convoqués par 10, vous travaillerez individuellement et l'interrogation dure 3h en deux phases.

• **La première phase** est expérimentale et dure 2h30. Elle sera notée sur 14 points. Vous devrez présenter des expériences relatives à un sujet, compris dans la liste des sujets expérimentaux donnée plus loin. Sur ces sujets proposés, il faudra réaliser une ou des expériences relatives au sujet posé **en rédigeant un compte rendu écrit**. Ce compte rendu doit faire apparaître

- une justification du choix des éléments employés quand c'est important.
- une présentation des expériences proposées (schéma et détails importants)
- les résultats de mesures bruts (les plus précis possibles, compte tenu du matériel disponible en justifiant les précautions prises pour faire les meilleures mesures possibles) présentés avec les incertitudes.
- une exploitation si nécessaire, une interprétation et des commentaires sur les résultats obtenus.

Pour cette partie de l'épreuve, le cours, les cahiers et les sujets de TP seront autorisés. Néanmoins, il faudra pouvoir répondre aux questions sans avoir à se plonger dans ses notes. Il faut noter que certains sujets ne sont pas une reprise directe d'une partie des TP faits dans l'année. Il faudra donc avoir réfléchi, au préalable, sur le choix des expériences et sur l'optique suivant laquelle on cherchera à les présenter.

• **La seconde phase** est plus théorique même si elle touche à des problèmes expérimentaux. Elle dure 30 minutes et sera notée sur 6 points. **Vous n'avez plus accès aux documents lors de cette partie.** Vous devrez répondre par écrit de façon précise et concise à deux des questions de la liste des questions donnée plus loin. Les deux questions auxquelles vous devrez répondre ne vous seront données qu'au début de cette partie de l'épreuve. Là encore, certaines questions ne vous ont pas été posées directement de la sorte en cours d'année. Cependant, vous avez les éléments de réponse dans les polycopiés, le cours ou les TP. Il faut donc reprendre toutes les questions une par une et réfléchir à la façon de formuler une réponse satisfaisante dans les délais qui vous sont imposés.

Liste des sujets expérimentaux (première partie – 2h30).

- Sujets A : Mesures des caractéristiques principales d'un oscilloscope numérique. Caractérisation d'un bruit de quantification.
- Sujet B : Obtention de la fonction de transfert d'un système par FFT de la réponse impulsionnelle, sur des exemples expérimentaux. Choix des caractéristiques de l'impulsion, de l'acquisition. Compromis entre le rapport signal sur bruit et d'éventuels effets non linéaires.
- Sujet C : On observe un signal modulé en fréquence avec une porteuse à 100kHz, une modulante sinus à 100Hz et une profondeur de modulation de 500 Hz. Proposez différentes techniques pour avoir une bonne résolution. Vérifier que l'encombrement spectral satisfait bien la règle de Carson.
- Sujet D : Amplification électronique d'un signal. Intérêt et limites sur quelques exemples de circuits.
- Sujet E : Illustration expérimentale du problème de la stabilité en fréquence d'un oscillateur électronique.
- Sujet F : Etude des caractéristiques du bruit thermique. Caractérisation de l'amplificateur associé.
- Sujet G : Caractéristiques d'une photodiode.
- Sujet H : Exemples d'applications de la translation de fréquence.
- Sujet I : Etude de la largeur spectrale occupée par un signal modulé en fréquence. Mise en oeuvre d'une démodulation de fréquence.
- Sujet J : Utilisation d'une carte Arduino : filtrage numérique et autres applications.
- Sujet K : Asservissement de vitesse d'un moteur à courant continu.
- Sujet L : Asservissement de fréquence : principe et application.
- Sujet M : Asservissement du flux lumineux émis par une photodiode.

Liste des questions : (seconde partie – 30 minutes)

Lors de la seconde partie de l'épreuve, vous serez interrogés sur 2 ou 3 exercices posés à la fin de chaque TP. Vous devrez répondre par écrit, en justifiant quantitativement vos réponses. Cette partie sera faite sans document.

Question 02-A : Expliquer le principe de la synchronisation ainsi que ses limites sur un oscilloscope analogique. Expliquer ce qui change quand on passe sur un appareil numérique.

Question 02-B : On observe à l'oscilloscope un signal continu puis un signal périodique en créneau à 0.1Hz. Que faut-il faire pour observer ces deux signaux correctement?

Question 02-C : On observe à l'oscilloscope un signal sinusoïdal d'environ 2V d'amplitude crête à crête, non bruité. Cet oscilloscope code la tension sur 8 bits et représente le signal sur 8 carreaux en amplitude.

Quand on cherche à mesurer la valeur crête à crête, quelle est l'erreur systématique sur le résultat final pour les échelles suivantes ? 500 mV/carreau ; 1 V/carreau ; 2 V/carreau ; 5 V/carreau ?

Question 02-D : Un oscilloscope a une capacité mémoire maximale de 4 Mpts sur une voie. La fréquence d'échantillonnage maximale, à l'acquisition est de 4GSa/s. Le signal est observé sur 10 carreaux en temporel. Pour les valeurs de base de temps suivantes, donnez la durée d'observation, le nombre de points en mémoire pour représenter le signal et la fréquence d'échantillonnage : 10s/carreau, 100ms/carreau, 1ms/carreau, 100µs/carreau, 1µs/carreau, 10ns/carreau

Question 02-E : On cherche à mesurer la vitesse de propagation d'une information dans un câble coaxial. On envoie une impulsion dans le câble de 10m dont l'extrémité est en court-circuit. Entre le générateur et le câble, on place un oscilloscope. Donnez des caractéristiques de l'impulsion (période, largeur) permettant de mener à bien cette expérience en justifiant quantitativement avec des ordres de grandeur réalistes.

Question 03-A : On cherche à observer un signal sinusoïdal à 3 kHz. La FFT est calculée à l'oscilloscope avec 16000 points. Est-il préférable de prendre une échelle de temps de 20ms/carreau, 200ms/carreau ou 2s/carreau ? Justifiez quantitativement votre réponse.

Question 03-B : On cherche à mesurer l'amplitude l'harmonique 3 d'un signal triangulaire symétrique de fréquence 1kHz. Le fondamental a une amplitude voisine de 0dB et le niveau de bruit est à -50dB. Quelle fréquence d'échantillonnage doit-on choisir pour éviter de voir ressortir des pics de repliement? Quel type de fenêtre de troncation choisir ?

Question 03-C : On cherche à déterminer précisément, par analyse spectrale, la différence de fréquence entre deux diapasons oscillants simultanément autour de 440Hz mais sur deux fréquences écartées de 1Hz environ. L'oscilloscope travaille avec 10000 pts en FFT. Chaque pic a une largeur de 5 points environ. Peut-on trouver une base de temps permettant de résoudre ? Proposez une valeur. Même question avec deux diapasons écartés de 0,1Hz environ.

Question 03-D : On considère un diapason de facteur de qualité 5000, oscillant autour de 440Hz. Calculez un nombre de points raisonnable à acquérir pour être capable d'obtenir les caractéristiques de sa fonction de transfert.

Question 03-E : On se propose d'étudier un filtre passe-bande avec une fréquence centrale de 10 kHz environ et une bande passante de 2 kHz. Pour ça, on choisit d'appliquer une impulsion en entrée, de récupérer la réponse de sortie et d'obtenir la fonction de transfert par le rapport des transformées de Fourier de la sortie et de l'entrée. Donnez les caractéristiques d'impulsion (forme, amplitude, largeur) ainsi que les conditions d'acquisition (durée) que vous choisiriez pour cette expérience. Justifiez quantitativement vos choix.

Question 04-A : On considère un amplificateur opérationnel dont le produit gain-bande passante vaut 3 MHz et le slew-rate 10 V/µs. On cherche à amplifier l'image électrique d'un signal audio avec un gain de 10. Pour un

niveau de signal d'entrée de 1V d'amplitude, l'amplificateur va-t-il altérer le spectre et faut-il s'attendre à des effets non linéaires. Justifiez quantitativement vos réponses.

Question 04-B : On étudie un oscillateur électronique oscillant à une fréquence moyenne de 10 kHz avec une stabilité relative en fréquence, sur la durée de l'expérience de 10^{-5} . Expliquer comment procéder, expérimentalement pour observer et quantifier temporellement cette instabilité de la fréquence avec un oscilloscope fonctionnant avec 1000 points. On donnera l'ordre de grandeur des paramètres importants associés au protocole de déclenchement qui permettent de faire l'observation demandée.

Question 04-C : Expliquer précisément pourquoi un oscillateur à pont de Wien a une fréquence d'oscillation qui dépend fortement du gain de l'élément amplificateur. Que faire pour qu'un oscillateur électronique soit plus stable en fréquence ? Sur quel élément du filtre doit-on agir ? Pourquoi ?

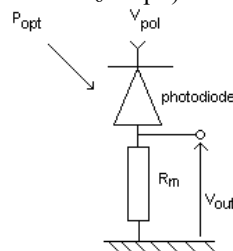
Question 04-D : On souhaite observer le filtre passe-bande actif utilisé pour réaliser un oscillateur. Ce filtre actif a une fréquence centrale de 30kHz, un facteur de qualité de 30. Donnez les caractéristiques de l'impulsion (amplitude, durée, forme) et de l'acquisition (durée) permettant d'obtenir cette fonction de transfert en justifiant ces valeurs.

Question 05-A : On observe un bruit gaussien, de valeur moyenne nulle et de valeur efficace 1,5V, blanc jusqu'à 30 MHz et coupant brutalement entre 30MHz et 40 MHz. L'oscilloscope utilisé comporte deux voies, échantillonne au maximum à 2 GSa/s et peut récupérer au maximum 4.10^6 points par voie. Il échantillonne sur 8 bits et représente le signal sur 8 carreaux en amplitude. On va chercher à faire une acquisition temporelle afin de faire un histogramme des échantillons obtenus et d'obtenir la densité spectrale de puissance de ce bruit. Donner, en les justifiant, les paramètres d'acquisition (base de temps, échelle en amplitude) qui permettent d'étudier, au mieux, ce bruit, sur cet oscilloscope. Concernant l'histogramme, donner les paramètres de calcul de l'histogramme (valeur minimale, pas, nombre de pas) permettant une observation correcte de la distribution des valeurs.

Question 05-B : Calculer la densité spectrale de puissance de bruit thermique pour une résistance de $1k\Omega$ à $25^\circ C$ (on donne $k=1.38.10^{-23} \text{ m}^2.\text{kg}.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}$). Si on amplifie ce bruit par un amplificateur de tension de gain G_0 dont la bande équivalente de bruit vaut 3MHz, quel gain G_0 prendre pour obtenir une valeur efficace de bruit en sortie de 200mV ? Donner une procédure pour mesurer la densité spectrale de puissance de bruit thermique d'entrée, en justifiant notamment les paramètres d'acquisition du bruit de sortie de l'amplificateur.

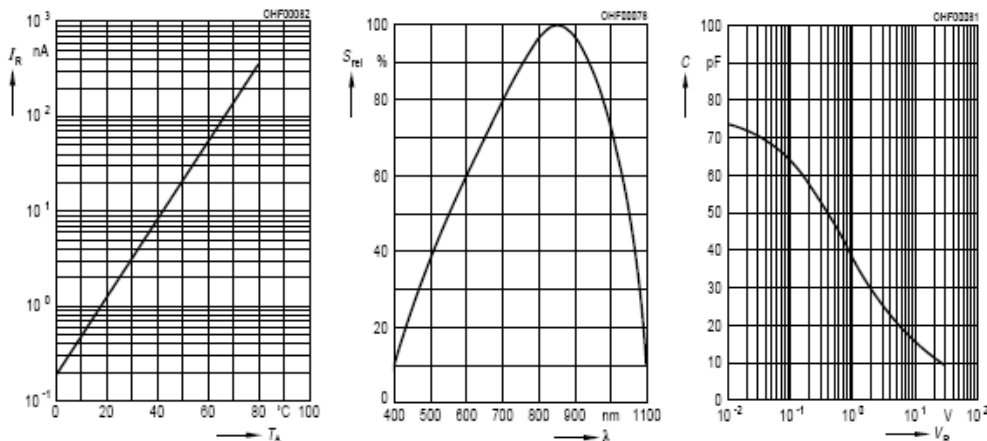
Question 05-C : On doit caractériser un amplificateur passe-bande avec une fréquence centrale voisine de 1MHz, un gain proche de 150, et une bande passante proche de 1MHz. Donnez les caractéristiques de l'impulsion (amplitude, forme, largeur) et de l'acquisition (durée) permettant d'obtenir la réponse fréquentielle de ce filtre par TF de réponse impulsionnelle. On justifiera quantitativement le résultat obtenu

Question 06-A : On observe la tension V_{out} aux bornes de la résistance R_m de $30 k\Omega$ avec un oscilloscope dont on adoptera le modèle au premier ordre ($R_o = 1M\Omega$ et $C_o=12pF$).



Le flux lumineux incident présente une fluctuation sinusoïdale de fréquence 1kHz, 10 kHz puis 500kHz. Est-il nécessaire d'utiliser une sonde d'oscilloscope pour éviter que la chaîne de mesure ne modifie le photocourant de plus de 4% de sa valeur ?

Question 06-B : On met en œuvre une photodiode BPW34 dans le circuit électrique de structure précédente. On donne les caractéristiques suivantes pour une photodiode BPW34:



La première courbe donne le courant d'obscurité en fonction de la température, la seconde donne la sensibilité spectrale de la photodiode en fonction de la longueur d'onde en pourcentage de la valeur maximale (cette dernière sera supposée égale à $0.5A/W$) et la troisième donne la capacité de jonction de la photodiode en fonction de sa tension inverse de polarisation.

La résistance R_m vaut $30k\Omega$. La puissance optique incidente provient d'une LED qui émet autour de $525nm$ et elle est modulée. Elle est la somme d'une puissance moyenne de $200\mu W$ et d'une fluctuation sinusoïdale d'amplitude crête à crête $20\mu W$. L'expérience est réalisée à $30^\circ C$. Le courant d'obscurité a-t-il une incidence importante sur la réponse de sortie (justifier) ? A quelle valeur minimale doit-on porter V_{pol} pour que la photodiode reste polarisée en inverse ? On polarise finalement avec $V_{pol}=10V$. Jusqu'à quelle valeur peut porter la fréquence pour que la photodiode et son circuit associé restent dans leur bande passante ?

Question 06-C : On souhaite observer la réponse en fréquence d'une chaîne optoélectronique avec une LED associée à une source de courant commandée en tension pour émetteur et une photodiode avec son circuit transconductance comme récepteur. Ce système est un passe-bas résonant. Quand on change la polarisation de la photodiode, on observe une fréquence de résonance qui évolue environ entre $150kHz$ et $400kHz$. Afin d'observer en temps réel l'effet de la polarisation de la photodiode sur la réponse fréquentielle de la chaîne, proposez les caractéristiques de l'impulsion (amplitude, forme, largeur) à appliquer en entrée de la source de courant, et les caractéristiques d'acquisition (durée) pour observer cette réponse par TF de réponse impulsionnelle.

Question 07-A : On applique en entrée de cette boucle à verrouillage de phase un signal modulé dont l'amplitude est de $6V_{pp}$, la porteuse $100kHz$, la profondeur de modulation $2kHz$, la fréquence modulante $1kHz$ (la modulante est supposée sinusoïdale). Donner la bande de Carson de ce signal modulé.

On réalise une boucle de verrouillage de phase avec un multiplieur (« gain » = $1/10$), un filtre passe bas (circuit RC) dont la fréquence de coupure est $1kHz$ et un VCO de gain de $10kHz/V$ et réglé sur une fréquence centrale f_0 de $100kHz$. L'amplitude du signal de sortie du VCO est $6V_{pp}$. Donner la plage de verrouillage de la boucle quand on lui applique le signal modulé que nous venons de décrire?

Dans ces conditions, la boucle peut-elle démoduler correctement ? Justifiez quantitativement votre réponse.

Question 07-B : On dispose d'un signal modulé en amplitude avec une fréquence porteuse $100kHz$. La modulante est sinusoïdale de fréquence $100Hz$. On échantillonne en temporel sur 1000 points à $F_e=5,1kHz$ pour calculer le spectre. Quelle est la durée d'acquisition ? Quelle est la plage d'analyse spectrale ? Décrire quantitativement ce que l'on va observer dans cette plage. Respecte-t-on le critère de Shannon ? La forme du spectre est-elle correcte ? Redéfinir le critère de Shannon en fonction de ces observations.

Question 07-C : : On cherche à analyser un signal modulé en fréquence dont la porteuse est à $100kHz$, la profondeur de modulation $1kHz$, la fréquence modulante $100Hz$ (la modulante est supposée sinusoïdale). On travaille avec une fréquence d'échantillonnage de $250kHz$. Respecte-t-on le critère de Shannon ? Décrire les caractéristiques du spectre obtenue si on travaille sur 1000 points puis 500000 points. Décrire dans chaque cas le spectre (encombrement spectral attendu, écartement entre les pics, pas de calcul en fréquence). Finalement, que faut-il faire sur l'acquisition quand on veut améliorer la résolution d'une analyse spectrale ? Quel est le prix à payer pour améliorer l'analyse ?

Question 08-A : On dispose d'un signal modulé en amplitude avec une fréquence porteuse 100kHz. La modulante est sinusoïdale de fréquence 100Hz. On échantillonne en temporel sur 1000 points avec une fréquence d'échantillonnage $F_c = 250\text{kHz}$. Quelle est la durée d'acquisition ? Quelle est la plage d'analyse spectrale? Décrire ce que l'on va observer dans cette plage. Quelle est la forme du spectre attendu ? Pourra-t-on observer les pics attendus ? Même question si on échantillonne à 5,1kHz (on pensera à l'effet du sous-échantillonnage). Peut-on observer plus correctement certains détails du spectre dans ce cas ?

Question 08-B : On applique, en entrée d'une détection synchrone un signal sinusoïdal de 20,00 mV efficace noyé dans un bruit de densité spectrale $0,49 \cdot 10^{-6} \text{ V}^2/\text{Hz}$. Si on observe ce signal avec un oscilloscope de bande passante 100MHz, calculer le rapport signal sur bruit pour le signal d'entrée. A quoi ressemble un tel signal ?

Expliquez pourquoi on commence par passer ce signal dans un filtre passe-bande avant de le multiplier par un signal à la fréquence de référence pour traiter le produit avec le filtre passe-bas de sortie.

On suppose que la bande équivalente de bruit du filtre passe-bas de sortie de la détection synchrone, de constante de temps τ_c s'exprime de la façon suivante : $B_{\text{eq}} = 1/(4 \cdot \tau_c)$. On supposera que le gain qui permet de passer de la valeur efficace d'entrée à la composante continue de sortie vue par la détection synchrone vaut 10. Ce filtre peut présenter des temps caractéristiques τ_c de 3s, 1s, 0.1s et 0.01secondes. Si on veut un affichage du résultat final recherché le plus rapide possible mais avec un rapport signal sur bruit supérieur à 100, quelle valeur de τ_c doit-on choisir ?

Question 08-C : On réalise une bobine de flux avec 5 spires de diamètre 3mm ? Quel est l'intérêt de travailler avec une si faible section et aussi peu de spires ? Quel problème peuvent poser ces caractéristiques ? Le champ magnétique appliqué à notre capteur a une fréquence de 1kHz. Le signal du capteur est amplifié au moyen d'un amplificateur de produit gain*bande passante de 10MHz. Quelle valeur limite de gain peut-on se permettre d'appliquer ? Expliquer d'intérêt de récupérer le signal au moyen d'une détection synchrone et le problème que poserait une mesure directe de la tension au multimètre pour les faibles valeurs de champ ?

Question 09-A : On réalise le même système qu'à la question précédente avec une boucle fermée sans erreur statique. Le gain de la dynamo tachymétrique est de 6V pour 1000 tours/min. La commande du hacheur donne un rapport cyclique qui évolue linéairement entre 0 et 1 en fonction de la tension, pour une tension d'entrée comprise entre 0 et 10V. Le hacheur découpe une tension continue de 30V. On supposera que le moteur tourne à 2000 tours par minute pour une tension d'entrée de 40V. On supposera que cette tension et la vitesse évoluent pratiquement linéairement. On supposera qu'il n'y a pas de saturation en courant sur l'alimentation. Calculez la plage de tension d'entrée sur laquelle la sortie du système asservi suit, sans erreur, une consigne constante d'entrée.

Question 09-B : De quoi dépend la plage de réponse des deux systèmes asservis dans le TP : le contrôle de vitesse du moteur et le contrôle du flux émis par la LED ? Expliquez les causes du décrochage de l'asservissement dans les deux cas quand le signal d'ordre appliqué en entrée sort de cette plage.

Question 10-A : Expliquez pourquoi avec une carte Arduino codant sur 10 bits une tension comprise entre 0 et 5V, on va amplifier avec un gain en tension de 10 le signal de sortie d'un capteur LM35 ($10\text{mV}/^\circ\text{C}$).

Question 10-B : Expliquez le principe de fonctionnement d'un convertisseur numérique analogique de type PWM. Expliquez comment choisir le filtre analogique de sortie par rapport au pas d'échantillonnage et par rapport au temps caractéristique d'évolution de la tension de sortie à convertir.

Question 10-C : Calculer la relation de récurrence permettant de réaliser numériquement (pas d'échantillonnage T_c) un filtre passe-bas du premier ordre (gain G_0 et fréquence de coupure f_c).

Question 10-D : Calculer la relation de récurrence permettant de réaliser numériquement (pas d'échantillonnage T_c) un correcteur proportionnel intégral dont on rappelle la fonction de transfert analogique

$$C(p) = K_c \cdot (1 + 1/(\tau_c \cdot p))$$