

## 1 Introduction

La spectroscopie par transformée de Fourier est une technique qui utilise un phénomène d'interférence pour mesurer le spectre électromagnétique émis par une source, c'est-à-dire l'intensité de son rayonnement en fonction de la longueur d'onde ou de la fréquence. C'est une technique extrêmement courante en physique puisqu'elle permet d'étudier à distance de nombreux phénomènes, depuis l'échelle atomique à jusqu'à l'échelle astrophysique, notamment pour identifier précisément les atomes et molécules. Dans notre cas nous utiliserons un interféromètre de Michelson équipé d'un petit moteur "pas à pas" permettant de faire varier continument la différence de marche afin de pouvoir enregistrer l'interférogramme caractéristique de la source. De l'interférogramme ainsi produit, nous pourrions obtenir le spectre de la source à l'aide d'une transformée de Fourier. La spectroscopie par transformée de Fourier est courante en chimie et est utilisée dans beaucoup de spectromètres servant à la caractérisation d'échantillons. Les avantages de cette méthode par rapport à un spectromètre plus classique à prisme ou à réseau est la large bande spectrale qui peut être analysée rapidement avec une résolution plus élevée.

## 2 Partie théorique

Dans un premier temps, nous réglerons le Michelson en configuration dite "lame d'air", c'est-à-dire que les deux miroirs (ou plus exactement un miroir et la symétrie de l'autre miroir par rapport à la lame séparatrice) doivent être parallèles entre eux. La figure d'interférence observée ressemblera alors à des cercles concentriques dits "anneaux d'égale inclinaison", chaque anneau correspondant à des rayons qui sortent du Michelson avec le même angle par rapport aux miroirs. L'enregistrement de l'interférogramme sera effectué à l'aide d'une photodiode permettant de mesurer l'intensité des anneaux défilant au centre en fonction de la différence de marche.

La partie théorique qui suit démontre pourquoi l'interférogramme est en fait la transformée de Fourier du spectre (et inversement). Un point important à noter est que l'abscisse de l'interférogramme doit être en différence de marche tandis que celle du spectre est en nombre d'onde.

Lorsque deux ondes monochromatiques de longueur d'onde  $\lambda$  (donc de nombre d'onde  $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ ) et d'intensité  $I_0(\sigma)$  interfèrent avec une différence de marche  $\delta$ , l'intensité résultante est :

$$I_\sigma(\delta) = 2I_0(\sigma)(1 + \cos(2\pi\sigma\delta)) \quad (2.1)$$

Si les deux ondes incidentes ne sont pas monochromatiques, il faut intégrer sur le spectre pour obtenir l'intensité finale :

$$I(\delta) = \int_0^{+\infty} I_\sigma(\delta) d\sigma = \int_0^{+\infty} 2I_0(\sigma) d\sigma + \int_0^{+\infty} 2I_0(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma \quad (2.2)$$

Le premier terme correspond à l'intensité moyenne de l'interférogramme, il ne dépend pas de la différence de marche  $\delta$  et on le notera  $\mathcal{I}$  dans la suite. Le second terme ressemble à une transformée de Fourier mais l'intégrale va de 0 à  $+\infty$  au lieu d'aller de  $-\infty$  à  $+\infty$  et l'intensité est multipliée par un cosinus au lieu d'une exponentielle complexe.

Pour étendre l'intégrale aux réels négatifs alors que  $I_0(\sigma)$  n'est définie que pour  $\sigma$  positif, on va définir  $I_p(\sigma)$  une fonction paire égale à  $I_0(\sigma)$  pour  $\sigma$  positif :

$$I_p(\sigma) = I_p(-\sigma) = I_0(\sigma) \text{ pour } \sigma > 0 \quad (2.3)$$

Ainsi, puisque  $I_p(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta)$  est une fonction paire de  $\sigma$  :

$$\int_0^{+\infty} 2I_0(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma = \int_0^{+\infty} 2I_p(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma = \int_{-\infty}^0 2I_p(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma \quad (2.4)$$

D'où :

$$\int_0^{+\infty} 2I_0(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} I_p(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma \quad (2.5)$$

Maintenant que l'intégrale est définie de  $-\infty$  à  $+\infty$ , on va faire apparaître l'exponentielle complexe en remarquant que  $I_p(\sigma) \sin(2\pi\sigma\delta)$  est une fonction impaire donc son intégrale sur un intervalle symétrique (comme  $-\infty$  à  $+\infty$ ) est nulle. On peut alors écrire :

$$\int_0^{+\infty} 2I_0(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} I_p(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma + i \int_{-\infty}^{+\infty} I_p(\sigma) \sin(2\pi\sigma\delta) d\sigma \quad (2.6)$$

Donc :

$$I(\delta) = \mathcal{I} + \int_0^{+\infty} 2I_0(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma = \mathcal{I} + \int_{-\infty}^{+\infty} I_p(\sigma) e^{2i\pi\sigma\delta} d\sigma = \mathcal{I} + TF^{-1}[I_p(\sigma)] \quad (2.7)$$

On peut donc retrouver le spectre de la source lumineuse en appliquant une transformée de Fourier à l'interférogramme :

$$I_p(\sigma) = TF[I(\delta)] - TF[\mathcal{I}] \quad (2.8)$$

### 3 Partie expérimentale

#### 3.1 Manipulation n°1 : Réglage du Michelson au contact optique

Dans les parties 3.1 et 3.2, il faudra impérativement déconnecter le moteur pas à pas du chariot du Michelson afin d'éviter de bloquer ou de forcer sa rotation (attention le moteur est fragile).

A l'aide du matériel à votre disposition ; laser, lampe Na et lampe blanche, régler l'interféromètre de Michelson au contact optique et noter la valeur correspondante lue sur le vernier du miroir mobile.

Important : pensez à placer le filtre anticalorique devant l'entrée du Michelson lorsque vous utilisez la lampe blanche pour éviter de déformer les optiques sous l'effet de la chaleur.

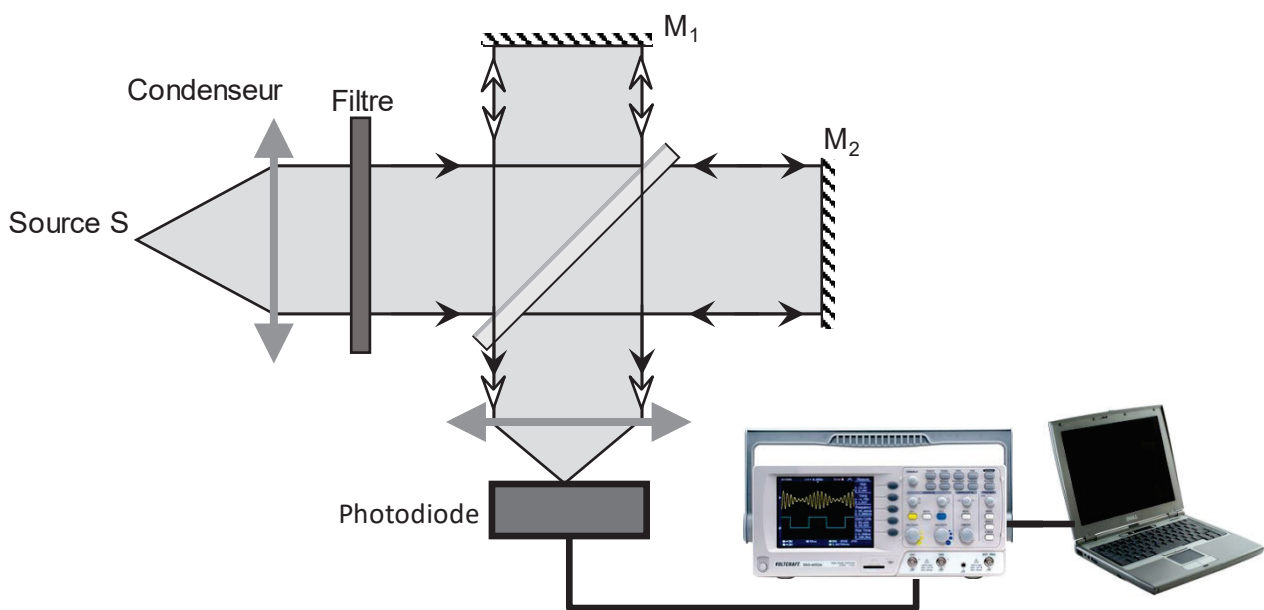


Fig. 1 – Schéma du montage expérimental

### 3.2 Manipulation n°2 : Mise en place de la photodiode

Nous utiliserons maintenant comme source de lumière une diode laser verte de longueur d'onde connue ( $\lambda = 532nm$ ) munie de son élargisseur de faisceau (objectif de microscope vissé sur la diode).

Placer une lentille en sortie du Michelson permettant de faire l'image des anneaux d'égale inclinaison sur la photodiode qui sera reliée à un oscilloscope lui-même relié à un ordinateur.

Visualiser le signal sur l'oscilloscope lorsque l'on chariote manuellement le miroir mobile.

Conseil : passez en mode défilement sur l'oscilloscope afin d'observer en direct les variations d'intensité en fonction du temps.

Ajustez le montage de façon à ce que le signal ait une amplitude correcte sans que la photodiode ne sature (réglage du gain de la photodiode, alignement optique, focalisation).

### 3.3 Manipulation n°3 : Acquisition d'un interférogramme et transformée de Fourier

Une fois la mise en place et les tests terminés, connectez maintenant le bras du moteur au chariot du Michelson.

Important : le moteur est fragile, il faut éviter de bloquer ou de forcer sa rotation. Si vous voulez charioter manuellement, il faut déconnecter le moteur puis le reconnecter après la manipulation.

Le moteur pas à pas tourne très lentement et pour voir le mouvement à l'oeil nu il faut observer le vernier sur le chariot pendant un certain temps.

Sur le boîtier du moteur, le petit bouton avec 3 positions permet de contrôler le sens de rotation :

- position centrale, 2 LED allumées : moteur à l'arrêt
- position haute ou basse, l'une ou l'autre des LED allumée : rotation dans un sens ou dans l'autre.

En utilisant la diode laser comme source, faire l'acquisition d'un interférogramme sur l'oscilloscope (bouton *Run/Stop* permettant de figer la trace sur l'écran) puis transfert sur IGOR :

- ouvrir le logiciel IGOR puis menu *Acquisition* → *Oscilloscope en USB*.
- dans la fenêtre qui s'ouvre, cliquez sur le bouton *INIT* pour établir la connexion avec l'oscilloscope puis *Lire!* pour importer le signal (attendre un certain temps que le fichier se transfère de l'oscilloscope vers l'ordinateur, parfois plusieurs minutes).
- *SAVE* pour enregistrer les données.
- pour afficher les valeurs dans un tableau : cliquer sur le tableau puis menu *Table, Append Columns to Table, Saved (Ch1)*
- pour visualiser le graphe : *Windows, New Graph, Saved (Ch1)*

Quelle est la grandeur en abscisse du signal ?

D'après la partie théorique, quelle doit être la grandeur en abscisse d'un interférogramme ?

Identifier les différents termes de la formule ci-dessous. D'où vient le facteur 2 ?

$$\Delta\delta = 2 V_{moteur} \Delta t \quad (3.1)$$

A l'aide des indications données par le fabricant, calculer la vitesse du moteur en m/s.

En étudiant la colonne abscisse de votre tableau, déterminer l'écart temporel minimum  $\Delta t_i$  entre deux valeurs successives de votre signal. En déduire l'écart minimum  $\Delta\delta_i$  pour la différence de marche.

Conversion du signal précédemment enregistré  $\Delta t \rightarrow \Delta\delta$  :

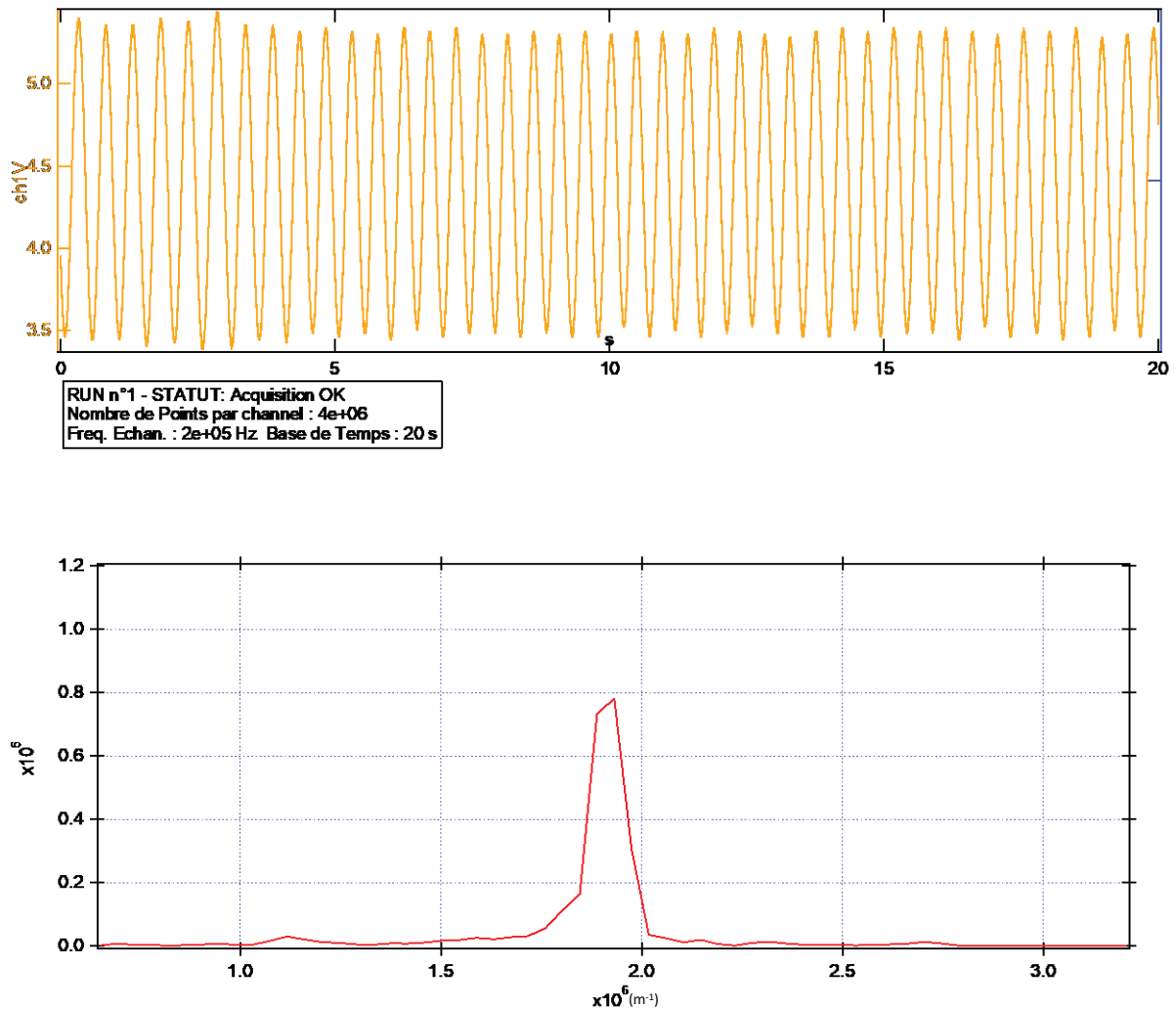
- *Igor* puis menu *Data* → *Change wave scaling* et reporter la valeur *Delta* =  $\Delta\delta_i$

Tracer l'interférogramme en fonction de la différence de marche.

La transformée de Fourier de ce signal permet de retrouver le spectre de la source lumineuse (cf démonstration dans la partie théorique) :

- menu *Analysis* → *Fourier transforms* et sélectionnez la wave à analyser.
- Choisissez une fenêtre *Hanning* pour limiter la déformation du spectre due à la durée finie du signal.
- Choisissez d'afficher *Magnitude* de la transformée de Fourier, car le déphasage entre les différentes composantes de la source n'est pas intéressant ici.
- Cliquez sur *Next 2^N* pour que le signal soit rallongé avec des 0. Cette opération ne modifie pas la transformée de Fourier mais permet d'accélérer le calcul car l'algorithme de FFT est optimisé pour un nombre de points égal à une puissance de 2.

- Quelle est la grandeur en abscisse de la transformée de Fourier ?
- Zoomez sur la partie où l'on s'attend à voir le spectre de la source utilisée, soit en sélectionnant un rectangle sur la figure, soit en double-cliquant sur les axes pour rentrer les valeurs min et max manuellement.
- Notez l'abscisse du pic central et en déduire la longueur d'onde de la diode laser.
- Comparez à la valeur attendue. Précision.



**Fig. 2** – Interférogramme et transformée de Fourier pour une diode laser verte (532nm)

- Dans tous les cas, voyez-vous ce qui pourrait altérer le résultat de votre mesure ?
- Mesurez-vous vraiment seulement le spectre de la source ?
- Est-il préférable de calculer la longueur d'onde du laser à partir de la vitesse du moteur plutôt que l'inverse ?

### 3.4 Manipulation n°4 : Interférogramme de la lampe blanche avec et sans filtres

Dans un premier temps on enregistrera l'Interférogramme d'une lampe blanche sans filtre (mais toujours avec le filtre anticalorique)

- A l'aide du logiciel IGOR, afficher le spectre de la lampe blanche. Relevez la longueur d'onde centrale et la largeur spectrale de la source.
- Faire de même avec les différents filtres à votre disposition (filtre en verre coloré et filtre interférentiel)

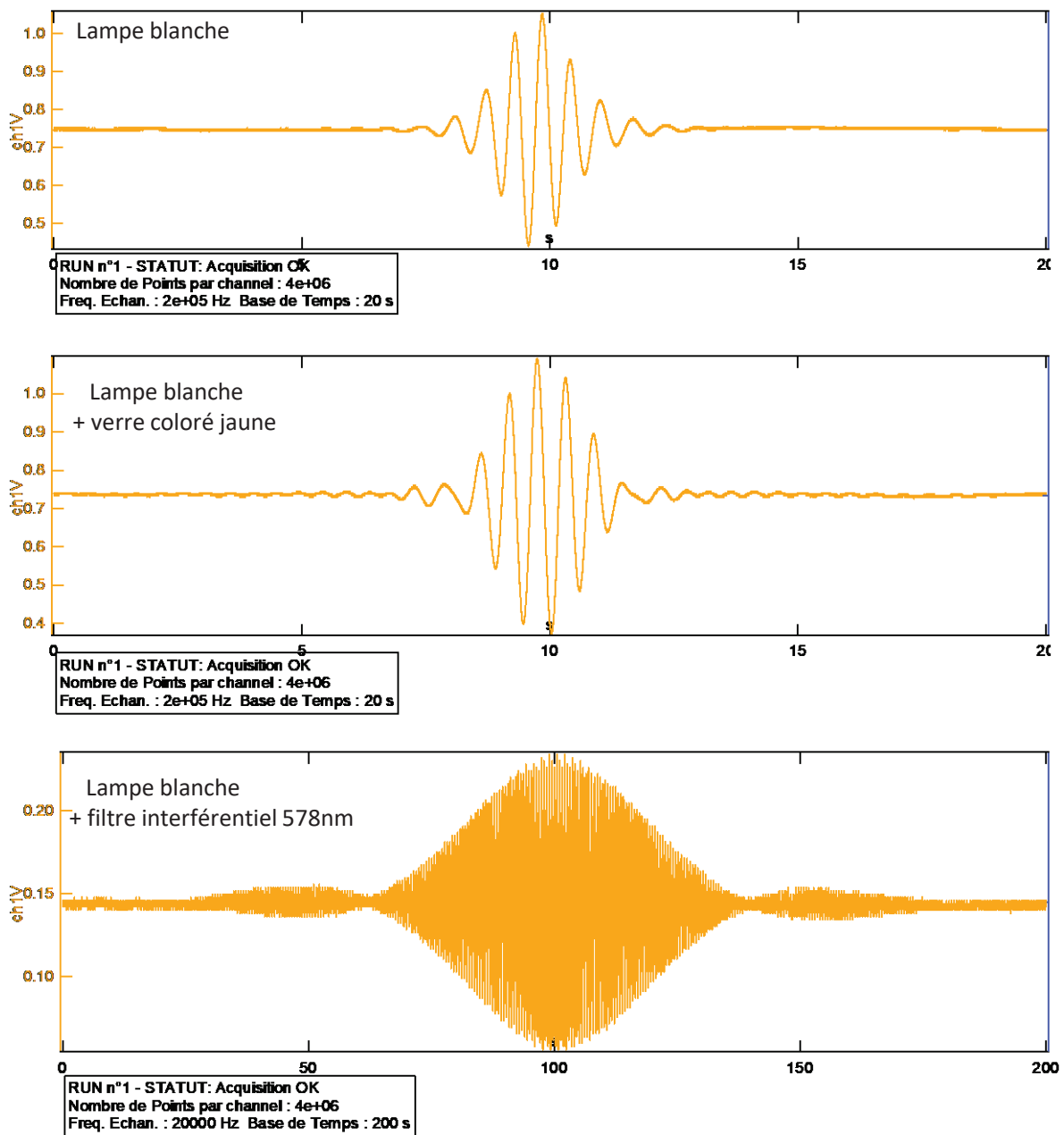


Fig. 3 – Interférogramme lampe blanche + filtres

- Classez les sources et les filtres par largeur spectrale. Notion de cohérence temporelle.

### 3.5 Manipulation n°5 : Doublet jaune du mercure

Vous utiliserez maintenant la lampe à vapeur de mercure et le filtre interférentiel correspondant au doublet jaune à 578 nm.

- Enregistrer l'interférogramme avec si possible plusieurs battements complets sur l'oscilloscope.
- Calculer l'écart spectral  $\Delta\lambda$  de ce doublet en utilisant directement les battements mesurés sur l'oscilloscope. On donne la formule :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\Delta e} \quad (3.2)$$

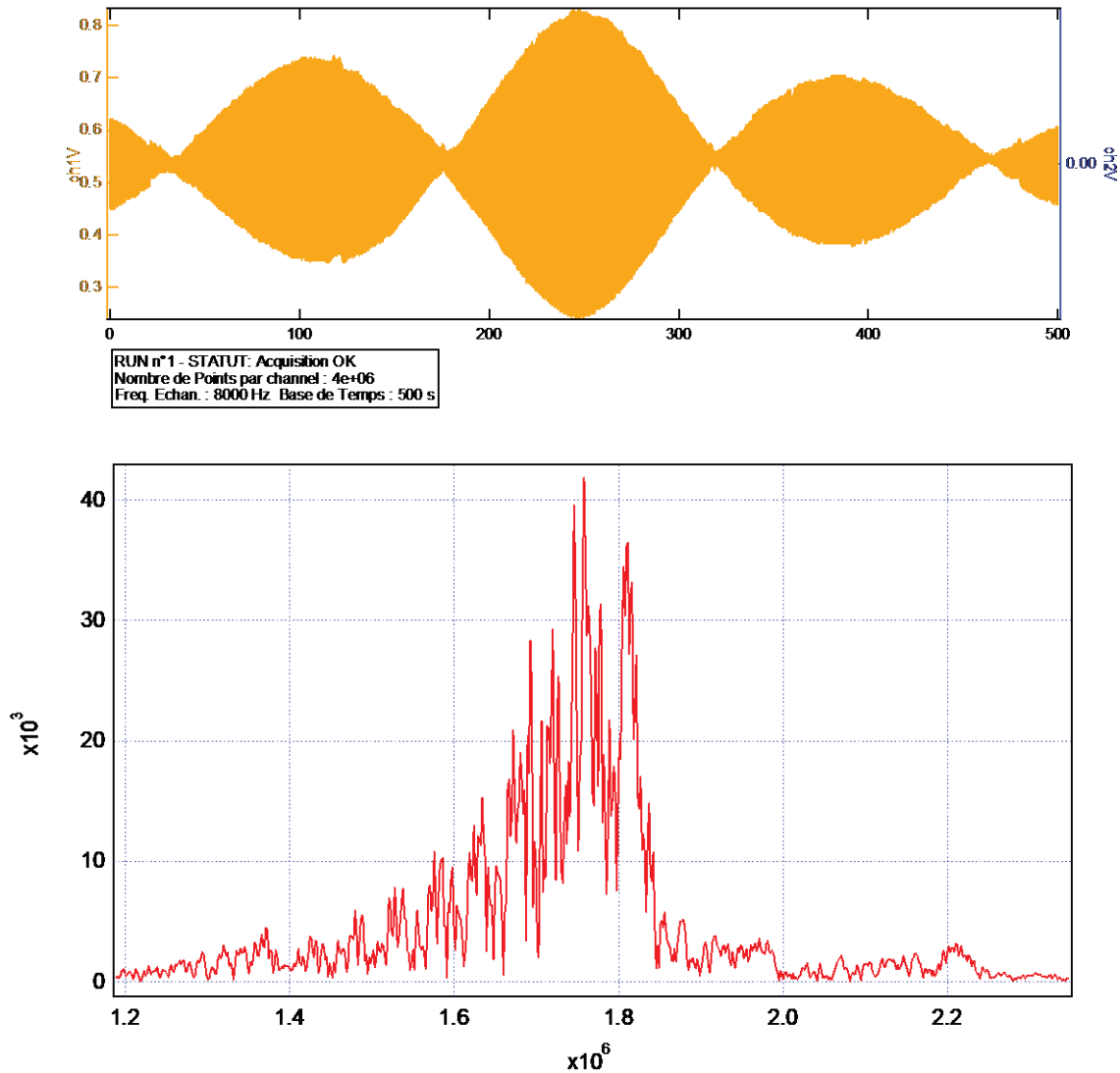


Fig. 4 – Interférogramme et transformée de Fourier pour le doublet jaune du mercure

- valeur tabulée :  $\lambda_1 = 577nm$   $\lambda_2 = 579,1nm$   $\Rightarrow \Delta\lambda_{Hg} = 2,1nm$
- la transformée de Fourier est-elle facilement exploitable ?